

UNIVERZITA KARLOVA

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

**ÚVOD DO PRÁCE V PROGRAMU GEOGEBRA
POMOCÍ NETRADIČNĚ FORMULOVANÝCH ÚLOH**

Diplomová práce

AUTOR PRÁCE: Lukáš Saulich

VEDOUCÍ PRÁCE: Doc. RNDr. Naďa Stehlíková, Ph.D.

2010

CHARLES UNIVERSITY
FACULTY OF EDUCATION
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND MATHEMATICAL
EDUCATION

INTRODUCTION TO WORK IN GEOGEBRA
THROUGH PROBLEMS FORMULATED
IN A NON-TRADITIONAL WAY

Diploma work

AUTHOR: Lukáš Saulich

SUPERVISOR: Doc. RNDr. Naďa Stehlíková, Ph.D.

2010

Prohlášení:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně, veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Karlova má právo uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Karlova oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně Univerzity Karlovy.

V Praze dne 6. 4. 2010

Lukáš Saulich

Poděkování:

V úvodu mé práce bych chtěl poděkovat vedoucí diplomové práce doc. RNDr. Nadě Stehlíkové, Ph.D., za to, že mi věnovala svůj čas a poskytla cenné rady, důležité pro vznik této práce.

Abstrakt:

Cílem diplomové práce bylo navrhnout, vytvořit a ověřit v praxi způsob, jež může učitel použít se žáky, kteří teprve začínají s programem dynamické geometrie (konkrétně GeoGebra) pracovat tak, aby toto uvedení bylo efektivní, časově úsporné a aby přineslo žákům z matematického hlediska i něco nového. Byla provedena rešerše literatury s cílem postihnout, jaké možnosti má učitel, chce-li začít programy dynamické geometrie používat. Podrobněji jsem popsal dva zahraniční výzkumy. Navrhl jsem a vyzkoušel se žáky sérii 6 úloh spojených příběhem. Úlohy jsou situovány na pozadí s fotografií, což je vizuálně zajímavé a ukazuje spojení matematiky s praxí. Ukázalo se, že úlohy jsou pro uvedení do práce s programem vhodné. V práci jsou popsány některé obtíže žáků spojené s prací v GeoGebře. Podrobně je rozebrán způsob tvorby jedné z úloh a je uvedeno 15 dalších úloh vytvořených na pozadí s fotografií.

Abstract:

The goal of diploma work was to suggest, create and trial in practice a series of problems which teachers can use to introduce students to work with dynamic geometry software (namely GeoGebra) in a way that is effective, time saving and provides students with new experience in mathematics. The literature search was carried out with the goal to identify different ways of this introduction. I have described two research projects in more detail. I have suggested and tested with students 6 mathematical problems connected by a story. The problems are situated against the photographic background, which is visually interesting and shows the connection between mathematics and reality. The teaching experiment showed that the suggested mathematical problems served my purposes well. The work includes the description of some problems that students had when working with GeoGebra. The creation of one of the mathematical problems is analysed in detail and 15 other problems created against a photographic background are given.

Obsah

OBSAH	1
1 ÚVOD	3
2 VYUŽITÍ SOFTWARE VE VÝUCE	5
2.1 VYUŽITÍ ICT V NAŠICH PODMÍNKÁCH	5
2.1.1 Materiální zajištění	5
2.1.2 Podpora vedení	6
2.1.3 Snaha učitelů	7
2.2 DYNAMICKÉ GEOMETRICKÉ SOFTWARE	7
2.2.1 GeoGebra	8
2.2.1.1 Funkce GeoGebry	9
2.2.1.2 GeoGebra a formátování	10
2.2.1.3 Základní nástroje	11
2.2.1.4 Konstrukční nástroje	12
2.2.1.5 Nástroje zobrazení	14
2.2.1.6 Metrické nástroje	14
2.2.1.7 Ukázky některých konstrukcí	14
2.2.2 Jiné volně stažitelné výukové programy	15
2.2.2.1 Geonext	15
2.2.2.2 Planimetrik	16
2.2.2.3 Dynamická geometrie	17
3 ZAVÁDĚNÍ VÝUKOVÉHO SOFTWARE DO VYUČOVACÍCH HODIN	19
3.1 UŽITÍ PROGRAMU	19
3.2 ÚVOD DO PRÁCE S PROGRAMEM	20
3.3 DVA VÝZKUMY	21
3.3.1 Výzkum ve Velké Británii	21
3.3.2 Výzkum ve Spojených Státech	24
4 VLASTNÍ VÝZKUM	26
4.1 MOTIVACE K PRÁCI S PROGRAMEM	26
4.2 PŘÍPRAVA ÚLOH	27

4.2.1	Výběr obrázku -----	29
4.2.2	Tvorba geometrické úlohy -----	30
4.2.3	Úloha -----	31
4.2.4	Nástroje, které mohou studenti využít -----	31
4.2.5	Zhodnocení tvorby úlohy -----	32
4.2.6	Úlohy užitě ve výzkumu -----	32
4.2.6.1	Děj příběhu, do nějž jsou úlohy experimentu zasazeny -----	32
4.2.6.2	Úlohy připravené pro experiment -----	36
4.2.7	Další úlohy -----	41
4.3	VÝUKOVÝ EXPERIMENT -----	53
4.3.1	Přípravná fáze -----	53
4.3.2	Sběr dat -----	53
4.3.2.1	Průběh hodiny -----	54
4.3.2.2	Význačné momenty zachycené na kameru -----	54
4.3.2.3	Význačné momenty zachycené programem Camtasia -----	56
4.3.2.4	Další zajímavé momenty z výukového experimentu -----	59
4.3.3	Hodnocení výukového experimentu -----	60
4.3.4	Změny po vyhodnocení výukových hodin -----	62
5	ZÁVĚR -----	63
6	POUŽITÁ LITERATURA -----	65
6.1	TIŠTĚNÁ LITERATURA -----	65
6.2	INTERNETOVÉ ZDROJE -----	65
	PŘÍLOHA A: WEBOVÉ ZDROJE MATERIÁLŮ -----	67
	PŘÍLOHA B: SEZNAM ÚLOH -----	68
	PŘÍLOHA C: PRACOVNÍ LISTY POUŽITÉ VE VÝUKOVÉM EXPERIMENTU -----	69
1.	Vídeň -----	69
2.	Budapešť -----	70
3.	Paříž -----	71
4.	Berlín -----	72
5.	Amsterdam -----	73
6.	Stockholm -----	74
	PŘÍLOHA D: CD S ÚLOHAMÍ A KOMENTÁŘEM PRO UČITELE -----	75

1 Úvod

Věda a technika se každým dnem posouvají o krok vpřed a s každým takovým posunem vznikají nové nároky na školy, učitele i žáky. To, co bylo před dvaceti lety nemyslitelné, tedy zapojení informačních a komunikačních technologií (ICT) do výuky na vysokých, středních a základních školách, je dnes již v rozvinutých zemích takřka samozřejmostí.

Žáci ve vzdělávacích institucích navštěvují předměty, které se přímo zaměřují na práci s technikou, počítači a příslušnými softwary na základní editaci textů, tvorbu jednoduchých tabulek a grafů, prezentace, nejjednodušší programování či prosté uživatelské správy. Bez těchto elementárních vědomostí by měli v moderním světě malou možnost konkurovat jiným. Kromě těchto přímo cílených hodin mohou být, a mnohdy také jsou, ICT hojně využívány i v ostatních předmětech. Ať už se jedná o prezentace výukových textů a pomocných obrázků s využitím digitálních projektorů, práci s interaktivními tabulemi, počítačové výukové softwary či v poslední době značně populární e-learning.

Podívejme se, jak je to s programy zaměřenými na matematiku, které by učitelům měly pomáhat rozvíjet znalosti a dovednosti žáků jinými prostředky, než bývalo běžné. V oblasti matematiky existuje mnoho knih, studií, článků a jiných publikací o tom, jak tyto počítačové softwary při výuce matematiky využívat. Ve své práci se věnuji především těm, které se zaměřují na výuku geometrie, a hlavně těm, které nesou přízvisko „dynamické“.

Na internetu se objevuje celá řada webových stránek, na kterých je možné stáhnout tematické soubory s užitečnými modely, matematickými důkazy, grafickými ukázkami či jednoduchými příklady, vytvořenými právě programy dynamické geometrie. Jsou navrhovány jak jejich vývojáři, tak i samotnými uživateli, kteří se tak snaží sdílet své učitelské zkušenosti s jinými. O výhodách a přednostech těchto programů asi nemá cenu zde mluvit, jsou podle mého názoru dostatečně zdokumentované.

Hlavní přednost se skrývá ve slově „dynamický“, tedy pohybující se, putující, měnící polohu či jakkoliv bychom tento pojem mohli přeložit. Žákům tato dynamičnost umožňuje prozkoumávat matematickou úlohu, měnit její vstupní podmínky a vidět ji tak v různých pohledech.

V běžných hodinách mají žáci možnost nakreslit si svůj vlastní náčrtek do sešitů, případně k němu využít i učitelův obrázek na tabuli. I když si každý z nich vytvoří do jisté míry jiný, svůj vlastní obrázek, nakonec může stejně každý žák pracovat pouze s jedním, maximálně dvěma. Na víc již nemá čas. Dynamická geometrie umožňuje vidět stejnou úlohu (nebo spíše stejný obrázek, útvar) v desítkách či stovkách různých pohledů a ke každému se dá dospět během zlomku vteřiny, pouhým uchopením objektu a současným tažením myši. Žákům se nabízí široké spektrum možností, o kterých se jim „jen“ s rýsovacími potřebami a papírem nikdy ani nezdálo.

Pro to, aby mohla být výuka pomocí podobných softwarů možná, by měly být splněny tři základní předpoklady: materiální zajištění škol, podpora vedení školy a samotná snaha učitelů. Tomu je věnován odstavec 2.1 – *Využití ICT v našich podmínkách*.

Uvažujme teď ideální případ, kdy je ve školách k dispozici potřebné vybavení, ředitelé jsou výuce za pomoci ICT pozitivně nakloněni a samotní učitelé mají touhu a vůli je využívat. Ve své diplomové práci se budu mimo jiné zabývat možnostmi, které učitelé mají při výběru výukového softwaru. Ty jsou v našich podmínkách samozřejmě do jisté míry omezeny díky finanční stránce, kterou je nutno brát v úvahu. I tak je ale spektrum možností poměrně široké. Této problematice se věnuje kapitola 2 – *Využití softwaru ve výuce*.

Po úspěšné volbě programu přichází úkol možná ještě podstatnější a o to těžší. Máme k dispozici kvalitní výukový software, se kterým jsme se, což je velice důležité, naučili dobře zacházet. Máme k dispozici celé spektrum úloh, které jsme schopni využít v našich hodinách. Zároveň ale také máme plnou třídu žáků, kteří se s tímto programem pravděpodobně ještě nikdy nesetkali. Jak již bylo řečeno výše, materiálů je pro uživatele dynamické geometrie poměrně hodně (viz příloha A, kde je uveden jejich stručný komentovaný seznam). Ovšem nenašel jsem žádný, který by se věnoval úplnému úvodu do práce s programem. Z vlastní zkušenosti vím, že učitelé se často zdráhají začít programy dynamické geometrie využívat, protože se obávají, že žákům zabere hodně času, než se s programem naučí pracovat. Cílem mé práce je tedy navrhnout, vytvořit a ověřit v praxi způsob, jež může učitel použít se žáky, kteří teprve začínají s programem pracovat, tak, aby toto uvedení bylo efektivní, časově úsporné a aby přineslo žákům z matematického hlediska i něco nového. Praktická část práce je popsána v kapitole 4 – *Vlastní výzkum*.

2 Využití softwaru ve výuce

Tato kapitola nastíní důležité předpoklady pro využití ICT ve školách, ukáže, jaké možnosti mají učitelé při výběru softwaru, a jednotlivé softwary, se zaměřením především na GeoGebru, zhodnotí.

2.1 Využití ICT v našich podmínkách

Jak jsem již nastínil v úvodu, pro to, aby vůbec ve školách mohla výuka za pomoci ICT probíhat, by měly být splněny tři podmínky: materiální zajištění, podpora vedení a vlastní zájem a snaha učitelů. Podívejme se nyní na to, jak vypadá situace na našich školách.

2.1.1 Materiální zajištění

Česká školní inspekce vydala v září roku 2009 hodnotící zprávu, ve které se zaměřuje na úroveň ICT na základních školách v České republice. Množství počítačů se sice kvantitativně blíží evropskému průměru, co do kvality je to už ale o mnoho horší. Problémem je především stáří těchto počítačů. Více než 44 % z nich je starších než 5 let, z čehož je plných 80 % starších než 7 let. Nejhorší situace je samozřejmě v menších městech a na vesnicích, u malých škol. A podobné výsledky jsou očekávány také u škol středních.

Tyto starší počítače jsou vysoce poruchové a ani při největší snaze nevyhovují nárokům moderního softwarového vybavení, což samozřejmě velmi komplikuje práci těm učitelům, kteří by ve svých hodinách ICT rádi využívali.¹

Již v roce 2008 schválila vláda plán ministra školství na investici tří miliard korun do rozvoje informačních a komunikačních technologií ve školách, který by měl probíhat v letech 2009 až 2013. Tato částka, z části hrazená evropským fondem pro vzdělání, z části ministerstvem školství a z části samotnými školami, by měla posloužit k nákupu nových počítačů, interaktivních tabulí, zavedení internetu či školení učitelů.²

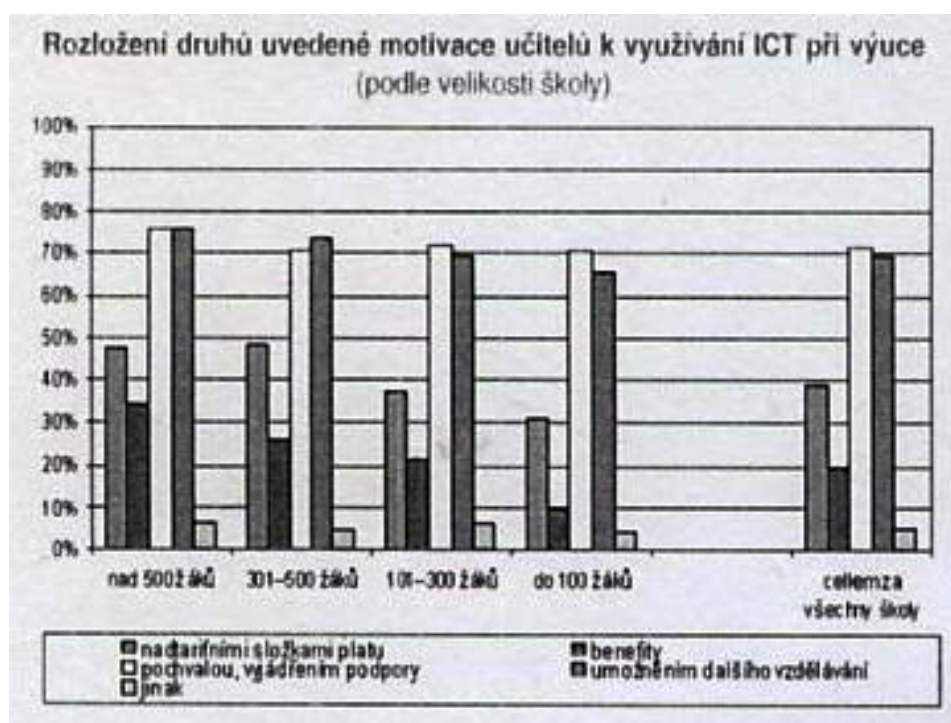
¹ Česká školní inspekce – Úroveň ICT v základních školách v ČR; tematická zpráva, září 2009

² KRÍŽOVÁ, Vendula. *Aktuálně.cz* [online]. 15.10.2008 [cit. 2010-03-30]. Aktuálně.cz. Dostupné z WWW: <<http://aktualne.centrum.cz/domaci/zivot-v-cesku/clanek.phtml?id=619403>>

2.1.2 Podpora vedení

Uvažujme ty školy, které již potřebné vybavení mají a poskytují jej svým žákům. Jak se k jejich aktivnímu využívání v hodinách staví ředitelé? Na konci května 2009 proběhla vlna rychlých šetření, v nichž Ústav pro informace ve vzdělávání pomocí elektronického dotazníku zjišťoval vybavení základních, středních a vyšších odborných škol informačními a komunikačními technologiemi a interaktivními tabulemi. Těchto šetření se zúčastnilo více než 4 000 škol z celé České republiky a návratnost dotazníků byla takřka 71 %.

Výsledky byly více než pozitivní. Na následujícím grafu (obrázek 1) je jasně vidět, že přes 70 % ředitelů podporuje své učitele při využívání ICT.



Obrázek 1

(Kasparova, Hlucin, 2009)

Graf je rozdělen na školy podle počtu žáků. Od těch velkých, kde je jich až přes 500, po ty, které mají méně než 100 žáků. Stejný výzkum ale také v jedné ze svých částí ukázal, že problematickou stránkou se často stává financování novějších, kvalitnějších, a tedy většinou i placených softwarů. Tuto výhodu svým učitelům dopřeje jen asi 2,5 % ředitelů.³

³ KAŠPAROVÁ, Vendula; HLUČÍN, Jan. Motivace k využívání ICT při výuce. *Školství*. 2. Zář 2009, XVII. ročník, 25, s. 10.

2.1.3 Snaha učitelů

Na vysokých školách je již dnes běžným standardem vést budoucí učitele k užívání informačních technologií při tvorbě prezentací či využívání výukových programů. Existuje celá řada školení, kurzů a workshopů, které jsou zaměřeny na rozvoj dovedností a vědomostí ve vztahu k počítačům. Na konferencích je řada příspěvků věnována využití ICT a učitelé o ně projevují zájem (viz např. akce na www.suma.icmf.cz).

2.2 Dynamické geometrické softwary

Nejznámějším programem na poli dynamických softwarů pro výuku geometrie na základních, středních a také vysokých školách je v Evropě bezesporu program Cabri geometrie.⁴ Díky tomu, že se vyvíjí již od počátku osmdesátých let 20. století, si postupně vytvářel svou pozici na trhu, a tím se dostával do povědomí učitelů matematiky na celém světě. V dnešní době je k dostání jeho verze zaměřená jak na planimetrii, tak i stereometrii (tzv. 3D Cabri). Právem je odborníky považován za špičku ve svém oboru. Její plná verze je však dostupná jen ke koupi. Podobnými a také placenými programy jsou Geometer's Sketchpad, Cinderella či Euklides.

Co to může znamenat pro českého učitele, potažmo českého žáka na základní a střední škole, je zřejmé. V našich vzdělávacích programech (viz www.rvp.cz) není o práci s dynamickým softwarem ani zmínka, navíc školy disponují omezeným rozpočtem. Vedení škol sice podporuje využití ICT, avšak nemůže či není „nuceno“ pořídit svým učitelům tento program. Nelze se tedy divit, že na většině škol zatím stále dávají přednost klasické metodě „tužka a papír“ před sice kvalitním, ale placeným softwarem.⁵

Naštěstí existuje i jiná alternativa v podobě volně šiřitelných programů. Pro výuku planimetrie jich je k nalezení celá řada. Ať už je to Geonext, Dynamická Geometrie, Planimetrik nebo dle mého soudu nejvyvedenější program připomínající Cabri, a sice GeoGebra. Právě GeoGebrou se bude z podstatné části zabývat má práce.

⁴ Vzhledem k tomu, že se moje práce týká především programu GeoGebra, nebudu se zde blíže zabývat vlastnostmi Cabri geometrie.

⁵ Dlužno také dodat, že ne všichni učitelé jsou přesvědčeni o užitečnosti nahrazení části rýsovacích úkolů úkoly v dynamické geometrii. V odborné komunitě se o tom vede velká diskuse.

2.2.1 GeoGebra

GeoGebra⁶ je volně šiřitelný dynamický software, u jehož zrodu stál v roce 2001 Markus Hohenwart. Ten na jeho vývoji začal pracovat v rámci své závěrečné práce na Univerzitě v Salzburku. V roce 2006 se přesunul na Univerzitu na Floridě, kde doposud společně s týmem svých spolupracovníků vytváří další, vylepšené verze programu. Jak samotný název napovídá, nabízí GeoGebra, na rozdíl od mnoha jiných matematických programů tohoto typu, spojení geometrie a algebry. K nim se v posledních verzích připojil také diferenciální počet.⁷

Proč je vlastně GeoGebra volně šiřitelná, ačkoliv je podle všeho tak kvalitní? Sám autor k tomu řekl: „*GeoGebra je volně dostupný software, protože věřím, že samo vzdělání by mělo být volně dostupné. Naše filosofie umožňuje přesvědčit učitele alespoň tento nástroj zkusit, dokonce i když ve svých hodinách nikdy dříve informační a komunikační technologie nevyužívali. Navíc někteří z nich překládají program do jiných jazyků, sdílejí své vlastní materiály na webových stránkách a odpovídají na otázky jiných v uživatelském fóru – zdarma, samozřejmě.*“⁸

Program je možné volně stahovat na webových stránkách www.GeoGebra.org, kde je k dispozici také mnoho dalších užitečných rad a návodů, příkladů a náhledů, samozřejmě též v češtině.

Veškeré vhodné materiály jsou k nalezení na webové stránce www.GeoGebrawiki.org/en/wiki. Může je zde uložit každý uživatel GeoGebry a zároveň si také stáhnout materiály jiných uživatelů. V současné době není tato stránka dostupná v českém jazyce, nicméně i tak není s trochou snahy problém najít to, co právě učitel potřebuje.

V případě nejasností je k dispozici stránka www.geogebra.org/forum, kde na dotazy odpovídají sami uživatelé programu. Diskuze na českém fóru je prozatím

⁶ PREINER, Judith. *Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teachers: the Case of GeoGebra*. Salzburg, 2. Dubna, 2008. 264 s. Dizertační práce. Education Faculty of Natural Sciences University of Salzburg.

⁷ Poslední aktualizovaná verze programu GeoGebra 3.2.40.0 vyšla v lednu 2010.

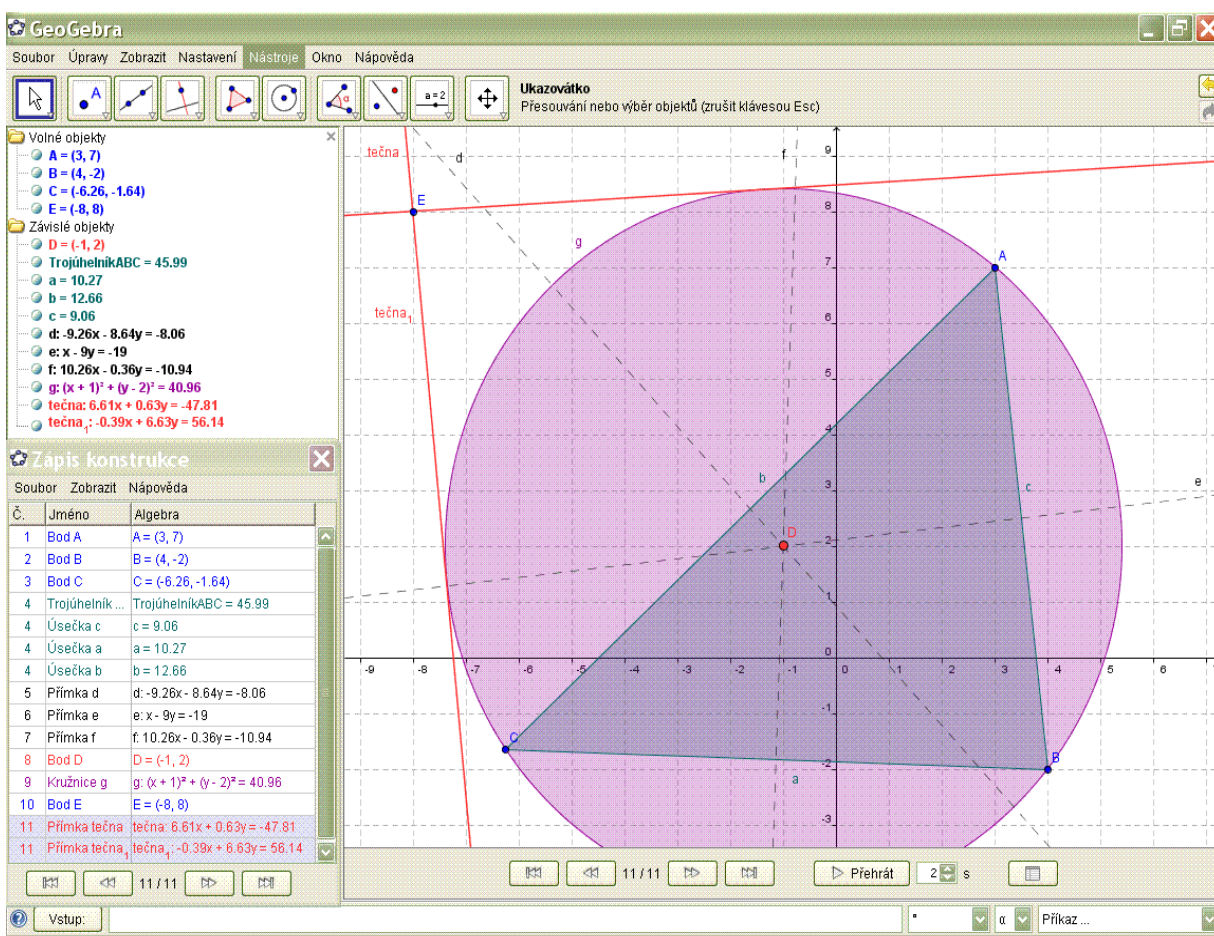
⁸ PREINER, Judith. *Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teachers: the Case of GeoGebra*. Salzburg, 2. Dubna, 2008. 264 s. Dizertační práce. Education Faculty of Natural Sciences University of Salzburg.

„GeoGebra is free software because I believe that education should be free. This philosophy makes it easy to convince teachers to give this tool a try, even if they haven't used ICT in their classrooms before. Moreover, some of them translate the software into other languages, share their own materials on the web [. . .] and answer questions in the user forum [. . .] – for free, of course.“

nedostačující, nicméně na ostatních fórech je k dispozici celá řada odpovědí a tipů. Podívejme se nyní podrobněji na to, co GeoGebra umí.⁹

2.2.1.1 Funkce GeoGebry

Pomocí GeoGebry, resp. jejího grafického okna, je možné konstruovat rovinné geometrické objekty (body, úsečky, přímky, kružnice, kuželosečky, ...) a s těmito objekty volně manipulovat, tedy měnit jejich polohové a metrické vlastnosti. Současně umožňuje zobrazovat tyto objekty pomocí shodností a podobností.



Obrázek 2

Jak již bylo řečeno výše, na rozdíl od Cabri¹⁰ program nabízí také funkci algebraického okna. S jeho pomocí může uživatel do příkazového řádku velice

⁹ Za všechny své přednosti dostala GeoGebra a tím Markus Hohenwart řadu mezinárodních ocenění:

- EASA 2002 (Ronneby, Švédsko)
- Learnie Award 2003 (Vídeň, Rakousko)
- Digita 2004 (Cologne, Německo)
- Comenius 2004 (Berlín, Německo)
- Learnie Award 2005 (Vídeň, Rakousko)
- Trophées du Libre 2005 (Soisson, Francie)
- eTwinning Award 2006 (Linec, Rakousko)
- Learnie Award 2006 (Vídeň, Rakousko)

snadno zadávat vzorce pro vytvoření daných objektů, určovat a případně měnit jejich polohové i metrické vlastnosti. Aby byla tato funkce smysluplně využitelná, musí se uživatel tyto vzorce naučit a díky nim si pak mnohdy práci zjednodušit.

Grafické okno je s tím algebraickým velmi těsně provázáno. Ať už se tedy uživatel rozhodne pro využití kteréhokoliv z nich, jím definovaná konstrukce se zároveň zobrazí v obou oknech. Úloha se tedy dá zároveň řešit jak synteticky, tak i analyticky. To je patrné také na obrázku 2, kde je kromě algebraického (v levé horní části) a grafického okna vidět také okno zápisu konstrukce v levé dolní části. Pomocí tohoto okna je možné postupně krokovat celou konstrukci a vidět postupný zápis objektu v algebraickém tvaru.

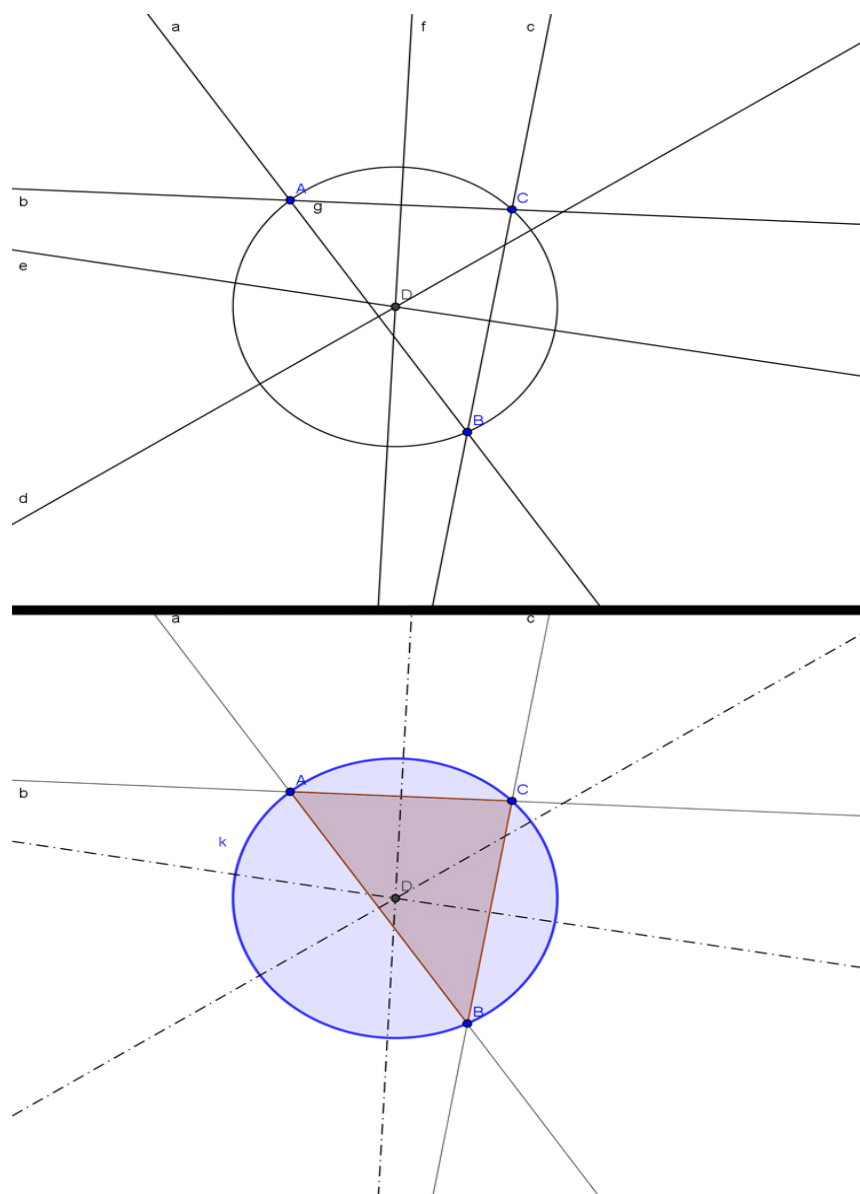
GeoGebra dokonce umožňuje výpočet extrémů funkcí, jejich derivace i integrace, práci s jednoduchými posloupnostmi a mnoha dalšími nástroji z matematické analýzy. Nejsou sice tak kvalitní, jako u programů, které se na analýzu přímo specializují, i tak ale mohou být v mnoha ohledech užitečné.

Veškeré konstrukce, ať už v geometrickém či algebraickém okně, je možno zpětně zobrazit pomocí okna krokování konstrukce. Uživatel si buď zvolí prezentaci celé konstrukce s vlastním časovým intervalem přidávání jednotlivých kroků, nebo si kroky přidává sám podle potřeby. Tato funkce se hodí nejen pro učitelovu prezentaci, ale především také pro odhalování chyb v konstrukčních krocích žáka.

2.2.1.2 GeoGebra a formátování

Při přípravě na vyučování či přípravě pracovních listů ocení učitel dialogové okno *Vlastnosti*, které se objeví při poklepání na daný objekt. V tomto okně pak může libovolně přepínat mezi jednotlivými objekty a v základní záložce měnit jejich jména, viditelnost na pracovní ploše či zanechávání stopy. Z dalších záložek jsou nejdůležitější především ty pro změnu formátu objektu. S jejich pomocí pak není problém upravit tloušťku čáry, její barvu či styl, případně výplň objektu, pokud u něj tato možnost existuje. Potřebnost různého formátování demonstruje obrázek 3, který se týká konstrukce středu kružnice opsané. Rozdíl v přehlednosti je na první pohled zřejmý.

¹⁰ Respektive od verze Cabri, která je k dispozici v době psaní mé práce, tj. Cabri II plus. Program se rychle vyvíjí, je pravděpodobné, že i tuto funkci Cabri v budoucnu nabídne.



Obrázek 3

2.2.1.3 Základní nástroje

Veškeré nástroje programu jsou k dispozici v horní části okna. Jejich uspořádání je možno libovolně měnit stejně tak, jako je lze odebírat či přidávat. Základní nastavení si tedy každý může vytvořit sám. Níže budou popsány nástroje, které by měl běžný uživatel bez problémů zvládat, aby dokázal s programem pracovat.



Ukazovátka – základní nástroj GeoGebry, s jehož pomocí lze objekty nejen označovat nebo jimi táhnout, ale také upravovat jejich vlastnosti či je případně smazat.



Posunout nákresnu – umožňuje změnu polohy souřadnicových os, případně změnu velikosti měřítka. S pomocí klávesové zkratky *Shift* je tento nástroj dostupný, aniž by musel být aktivován.



Ukázat / skrýt objekt – umožňuje skrýt pomocné objekty a zvýšit tak přehlednost konstrukce.



Vztah mezi dvěma objekty – slouží jako možné ověření správnosti průběhu konstrukce.



Kopírovat formát – v případě, že se na pracovní ploše vyskytuje více než jeden objekt, který by měl mít daný formát, stačí upravit pouze jeden z nich. Ten následně označíme a jeho vlastnosti přeneseme na další objekty.

2.2.1.4 Konstrukční nástroje



Nový bod – vznikne kliknutím kdekoliv na pracovní ploše.



Úsečka – vznikne označením dvou bodů.



Úsečka dané délky z bodu – označením jednoho bodu se zobrazí dialogové okno, do kterého zadáme číselnou hodnotu, pomocí které již program sám vytvoří druhý bod v dané vzdálenosti.



Střed – označením dvou bodů, úsečky či kuželosečky vznikne střed daného objektu.



Vektor – vznikne označením dvou bodů. První z nich je počáteční bod vektoru, druhý koncový.



Vektor z bodu – máme-li k dispozici vektor a libovolný bod, jejich označením získáme vektor z tohoto bodu.



Polopřímka dvěma body – označením dvou bodů získáme polopřímku. První označený bod bude krajním bodem, ten druhý bodem ležícím na polopřímce.



Přímka dvěma body – označením dvou bodů získáme přímku procházející těmito body.



Rovnoběžka – označením bodu a přímky získáme přímku procházející daným bodem, rovnoběžnou s danou přímkou.



Kolmice – označením bodu a přímky získáme přímku procházející daným bodem, kolmou k dané přímce.



Osa úsečky – označením úsečky vznikne její osa.



Osa úhlu – označením dvou přímek vzniknou osy všech čtyř úhlů, které tyto přímky svírají. Chceme-li získat osu jednoho úhlu, můžeme postupně označit tři body, z nichž ten druhý bude vrcholem úhlu.



Mnohoúhelník – postupným označováním n bodů, alespoň tří, můžeme získat až n -úhelník. Jako poslední označíme bod, se kterým jsme začínali.



Pravidelný mnohoúhelník – označením dvou bodů se zobrazí dialogové okno, do kterého zadáme číselnou hodnotu znamenající počet vrcholů námi požadovaného pravidelného mnohoúhelníka.



Kružnice daná středem a bodem – označením dvou bodů získáme kružnici se středem v prvně označeném bodě a poloměrem rovným vzdálenosti těchto dvou bodů.



Kružnice daná středem a poloměrem – označením bodu se objeví dialogové okno, do kterého zadáme číselnou hodnotu znamenající poloměr námi požadované kružnice.



Kružnice daná třemi body – označením tří bodů se těmito třemi body opíše kružnice.



Průsečíky dvou objektů – označením dvou geometrických objektů získáme všechny průsečíky těchto dvou objektů.

2.2.1.5 Nástroje zobrazení



Středová souměrnost – označením vzoru a středu souměrnosti získáme obraz označeného objektu.



Osová souměrnost – označením vzoru a osy souměrnosti získáme obraz označeného objektu.



Otočení kolem bodu o úhel – označením vzoru a středu otáčení se zobrazí dialogové okno, do kterého zadáme číselnou hodnotu znamenající úhel otočení.



Posun ve směru vektoru – označením vzoru a vektoru posunutí získáme obraz označeného objektu.



Stejnolehlost s daným středem a koeficientem – označením vzoru a středu stejnolehlosti se zobrazí dialogové okno, do kterého zadáme číselnou hodnotu znamenající koeficient stejnolehlosti.

2.2.1.6 Metrické nástroje



Vzdálenost – označením následujících objektů zjistíme vzdálenost dvou bodů, bodu od přímky, délku úsečky či kružnice.



Obsah – označením následujících objektů zjistíme obsah mnohoúhelníku, kružnice nebo elipsy.

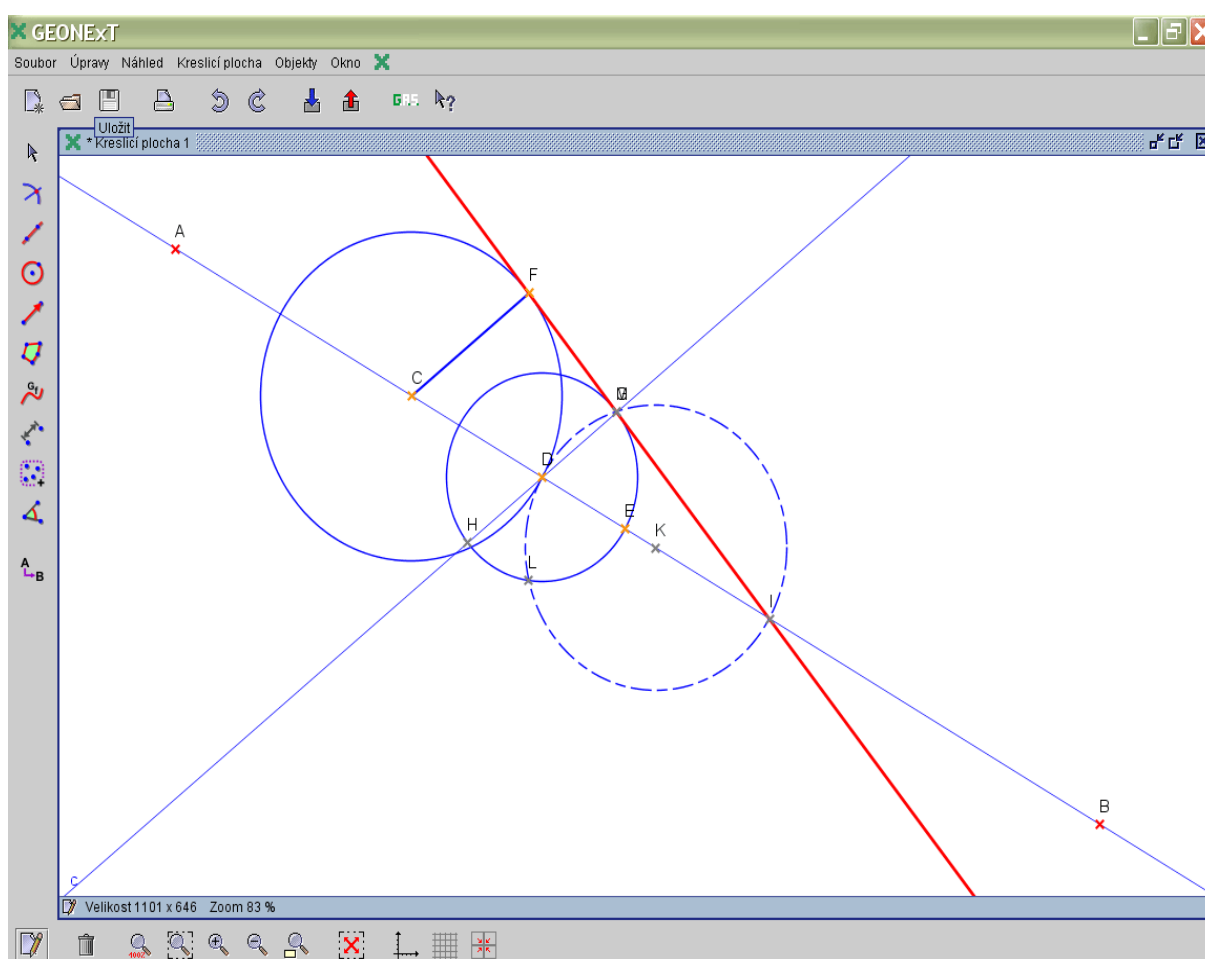
2.2.1.7 Ukázky některých konstrukcí

Některé zajímavé konstrukce, včetně konstrukcí použitých v mém experimentu, jsou uloženy na přiloženém CD a vysvětleny v kapitole 4 – *Vlastní výzkum*. Ukážu zde jak úlohy vlastní, tak i ty, které ve svých hodinách používají jiní uživatelé, aby bylo možné přístupy srovnat. Jejich seznam je v příloze B.

2.2.2 Jiné volně stažitelné výukové programy

S ohledem na nepříliš hluboké jazykové znalosti některých učitelů a především většiny žáků je prioritou každého výukového programu české prostředí. Dovoluji si říci, že ostatní produkty jsou pro naše střední školy takřka bezcenné, a proto zde uvedu jen ty, které jsou lokalizovány do češtiny. Kromě GeoGebry jsou to ještě Geonext, Planimetrik a Dynamická geometrie.

2.2.2.1 Geonext



Obrázek 4

Program Geonext byl vyvinut na německé univerzitě v Bayreuthu.¹¹ Co do kvality a využitelnosti je více či méně stejný jako GeoGebra. Ani jeden z nich oproti tomu druhému nenabízí z hlediska geometrie žádný podstatný nástroj či ovládání a také formátování objektů je velmi podobné. Při volbě výukového softwaru pak již spíše rozhodují osobní sympatie či předchozí zkušenosti. Pokud se tedy

¹¹ <http://geonext.uni-bayreuth.de/index.php?id=2394>

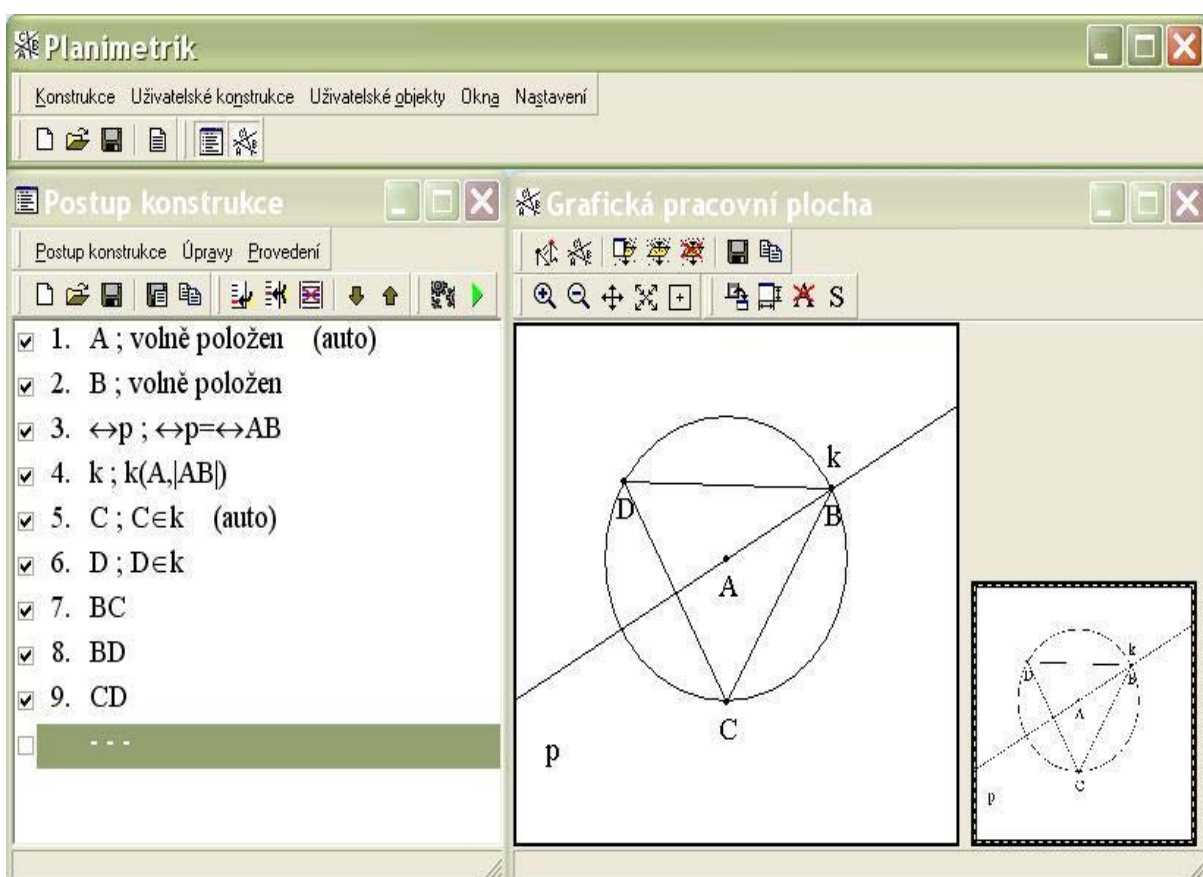
někomu více líbí grafické provedení Geonextu, určitě se mu jeho upřednostněním nikterak nesníží předpoklady pro kvalitní výuku za pomoci dynamické geometrie.

Nicméně, jak jsem již naznačil dříve, GeoGebra disponuje také algebraickým oknem, pro mě je přehlednější a graficky vyvedenější. Proto jsem si pro svou práci vybral právě tento program.

Geonext je možné stáhnout na webových stránkách tohoto programu <http://geonext.uni-bayreuth.de/>.

Jak vypadá prostředí programu, je patrné z obrázku 4.

2.2.2.2 Planimetrik



Obrázek 5

Program Planimetrik vznikl jako zápočtový projekt na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy v Praze.¹² Jedná se o jednoduchý software, který umožňuje zápis konstrukce rovinného geometrického objektu krok po kroku a jeho následné zobrazení v grafickém okně. V tomto grafickém okně následně umožňuje manipulaci s jednotlivými objekty, a skýtá tedy v sobě jisté prvky dynamického geometrického softwaru. Při výuce na školách je však podle mého názoru prakticky

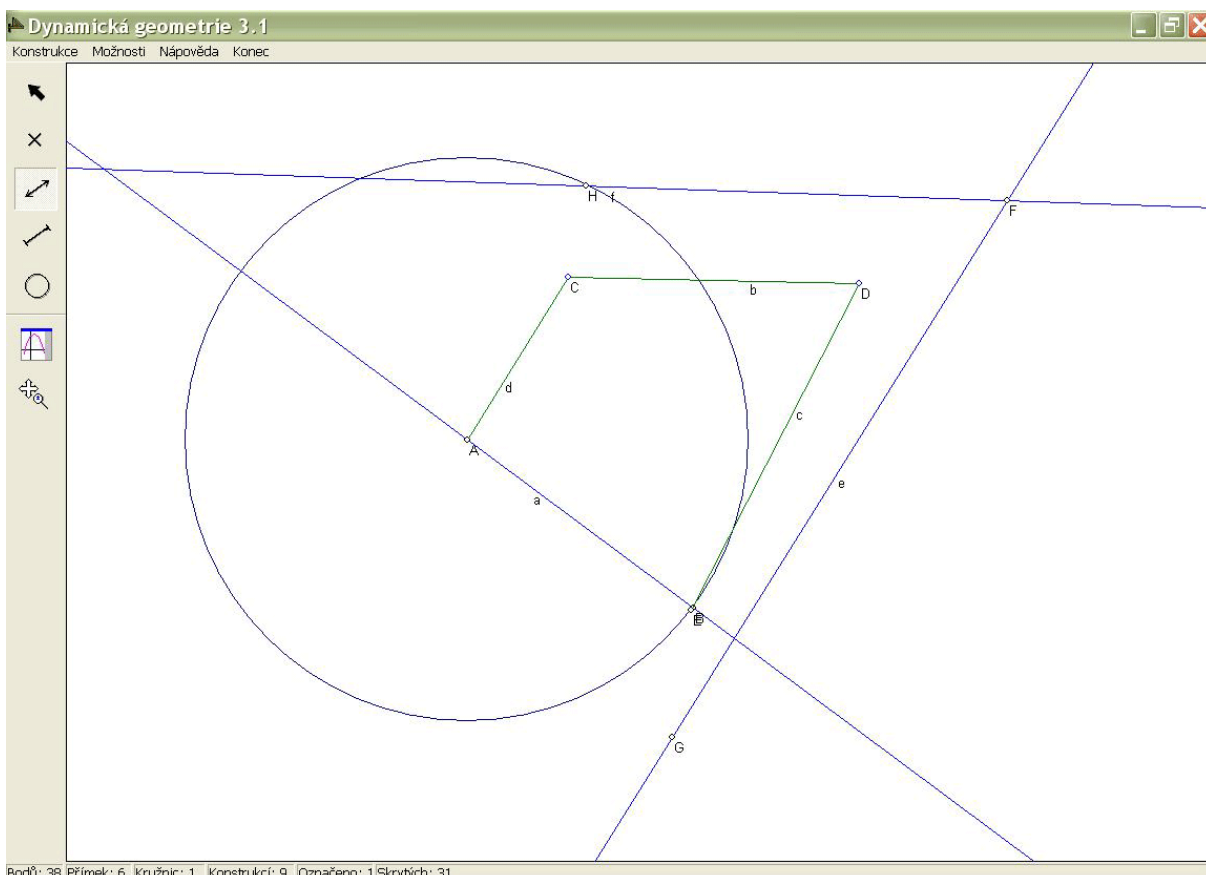
¹² Jak uvádí menu konstrukce programu Planimetrik.

nepoužitelný. Uživatelské prostředí je nepoutavé a ovládání, s ohledem na nepřítomnost jakéhokoliv manuálu, poměrně složité.

Planimetrik je možné stáhnout například na webových stránkách <http://www.instaluj.cz/planimetrik>.

Vzhled prostředí programu je patrný z obrázku 5.

2.2.2.3 Dynamická geometrie



Obrázek 6

Program Dynamická geometrie vytvořil RNDr. Petr Brant.¹³ Oproti Planimetriku se již mnohem více blíží potřebám učitelů. V jejích možnostech je konstrukce bodů, přímek a kružnic, jejichž metrické i polohové vlastnosti se dají měnit. Ovládání je poměrně snadné. Ve školách by se dal program využít u jednodušších úloh, ale při tvorbě složitějších konstrukcí už by se zřejmě objevily problémy. Mnoho nástrojů, které jsou u pokročilejších programů běžně k dispozici, jako například kolmice či rovnoběžka, si zde totiž musí uživatel zkonstruovat sám, protože tu jednoduše nejsou. Problém navíc nastává při konstrukci průsečíků jednotlivých objektů. Ani ty totiž nelze vytvořit pomocí žádného z nástrojů, ale ručně. Konstrukce je pak

¹³ Jak uvádí nápověda programu Dynamická geometrie.

samozřejmě nepřesná a, což je ještě důležitější, při pohybu těchto objektů zůstává bod, průsečík, na stejném místě, na kterém jsme jej umístili.

Dynamická geometrie je volně stažitelná na webových stránkách <http://www.instaluj.cz/dynamicka-geometrie>.

Vzhled pracovní plochy programu je patrný z obrázku 6.

3 Zavádění výukového softwaru do vyučovacích hodin

Tato kapitola ukáže, jaké důvody vedou učitele k práci s programem, nastíní jednotlivé možnosti, jak se dá dynamický software využívat, a také poukáže na některé z mála zahraničních výzkumů, které se mi podařilo nalézt o zavedení podobných programů do výuky.

3.1 Užití programu

Učitelé mají různé důvody, proč začít pracovat s programy dynamické geometrie. Příkladem jsou velká přehlednost, názornost či zábavnost pro žáky. Počítače v dnešní době ovlivňují značnou část životů všech lidí, především těch mladých, a škola by jimi tedy mohla být časem vnímána jako „podřadná“, pokud by se během výuky těchto nástrojů nevyužívalo.

Výzkumy na různých typech škol u nás i v zahraničí ukazují ohromný potenciál a využitelnost dynamických geometrických softwarů. Poukazují na rozdíl mezi „starým a novým“ způsobem výuky, na nutnost dokázat je vzájemně kombinovat a nedostatky prvního kompenzovat výhodami druhého.

Způsoby využití programů dynamické geometrie můžeme rozdělit do tří základních skupin.

- Učitel jej využívá při prezentacích např. k přesvědčivému předvedení matematických důkazů.
- Učitel jej využívá k podpoření matematické interakce v řadách žáků. Ti jej sice využívají, ale především proto, aby se dozvěděli, jaké vztahy mají jednotlivé objekty v různých pozicích (například jak se mění poloha středu kružnice opsané při tažení jednoho z vrcholů). Jinými slovy, žáci netvoří nic vlastního, „jen“ využívají výhod dynamické geometrie při tažení jednotlivými objekty na modelu učitele.

- Žáci již samostatně pracují s přizpůsobeným programem¹⁴, a to nejen s předem připraveným modelem, ale zároveň sami využívají jednotlivé nástroje pro to, aby mohli úspěšně vyřešit zadaný úkol.

Ve svém návrhu pro práci s programem budu pracovat především se třetím zmíněným způsobem.

O využití a práci s dynamickými geometrickými softwary existuje skutečně ohromné množství výzkumů. Těch, které by se ale zaměřovaly na počátky práce s těmito produkty, je opravdu velmi málo. Mně se podařilo najít dva, které uvedu v odstavci 3.3 – *Dva výzkumy*.

3.2 Úvod do práce s programem

Prvním, avšak poněkud nešťastným způsobem, jak se s programem naučit, je využití manuálu GeoGebry. To, čím si projde učitel, který chce výborně zvládat veškeré funkce programu, tedy podrobné pročítání podstatných částí tohoto textu, je pro studenta přinejmenším nezábavné.

O trochu přijatelnější, avšak pravděpodobně stejně „zábavná“, je možnost, že by učitel vytvořil vlastní dokument podobný manuálu, kde by byly obsaženy jen ty informace, které by měl žák znát.

Pomineme-li tyto kostrbaté přístupy, je možné využít ještě jiné, řekněme promyšlenější způsoby začátku.

Jako první bych uvedl postupné zavádění jednotlivých nástrojů podle náročnosti. Jakmile jsou žáci schopni konstruovat jednodušší nástroje, plynule přecházejí ke konstruování těch složitějších. Tento přístup je o něco lepší, nicméně pokud nejsou konstrukce zasazeny do matematické úlohy, nemohou při něm žáci vidět vztahy mezi jednotlivými nástroji. Ty se ukáží právě až v matematických úlohách.

Při práci dalším způsobem se již žáci setkávají s matematickými úlohami, které jsou přetransformovány do prostředí dynamické geometrie. Tento přístup se využívá asi nejčastěji a ve spojení s postupným zaváděním jednotlivých nástrojů může být velmi účinný. Na vlastní kůži jej zažili žáci, kteří se účastnili šesti hodin

¹⁴ Tím je myšleno upravení nabídky nástrojů, které mohou žáci v dané úloze využít. Domnívám se, že především na začátku práce s programem by měl být počet nástrojů regulován, aby žáci zbytečně nemarnili čas hledáním nástroje, který chtějí aktuálně použít. Nutno podotknout, že s takovouto úpravou nabídky nástrojů jsem se v literatuře zatím nikde nesetkal.

v rámci projektu Den s GeoGebrou.¹⁵ Tento projekt byl rozdělen na tři fáze. V té první se žáci seznámili s nejjednoduššími nástroji GeoGebry, kdy jim je učitelé názorně předvedli na projektoru a oni si pak sami mohli vyzkoušet to, co předtím viděli. Ve druhé fázi již měli žáci za úkol řešit daný problém, kde také mohli poprvé konstruovat a sledovat, jak některé nástroje pracují ve spojení s jinými. Během této fáze se naučili pracovat s nástroji, které mohli následně využít. Po druhé fázi, kde ještě probíhala výuka frontálně, dostali žáci pracovní listy s různými úkoly a začali pracovat samostatně, případně ve dvojicích. Velice mě zaujal fakt, že GeoGebra v této třetí, poslední, fázi sloužila „jen“ jako pomůcka k řešení jednotlivých úkolů, které si žáci kreslili do pracovních listů.

Podle hodnocení soudím, že projekt byl poměrně úspěšný, a některé prvky bych tedy mohl využít ve své práci. Přínejmenším využití pracovních listů a samostatné práce.

Můj přístup je uveden v kapitole 4 – *Vlastní výzkum*.

3.3 Dva výzkumy

Oba z uvedených výzkumů budou probrány především z obsahové stránky. Žáci v nich teprve začínali pracovat s dynamickým softwarem a metody, kterými byli do programu uvedeni, jsou pro mou práci tedy velice podstatné.

3.3.1 Výzkum ve Velké Británii

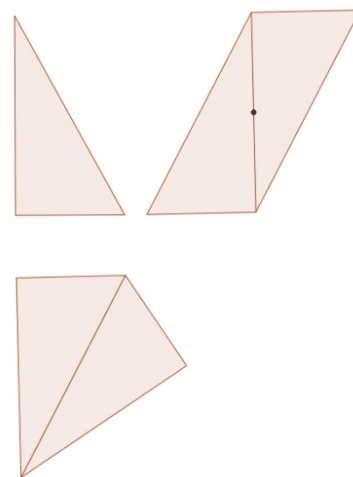
První z výzkumů pochází z Velké Británie z roku 2007.¹⁶ Na střední škole Gartree v Leicestershiru pozorovala vedoucí oddělení matematiky, Sue Forsythová, geometrické znalosti a dovednosti dvou skupin žáků ze sedmého ročníku. Na jedné straně stálo 23 žáků, které začala učit pomocí dynamické geometrie, přesněji programu Geometer Sketchpad. Tito žáci, kteří se dostali do kontaktu s obdobným programem poprvé, byli označeni jako cílová skupina. Na druhé straně měla k dispozici 21 žáků, kteří pracovali standardními metodami, tedy za pomoci papíru

¹⁵ STEHLÍKOVÁ, Naďa; KLOBOUČKOVÁ, Jaroslava. Jak se šestáci učili pomocí programu GeoGebra. *Sborník 4. konference Užití počítačů ve výuce matematiky*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2009. s. 198–207.

¹⁶ FORSYTHE, Sue. Learning geometry through dynamic geometry software. *Mathematic Teaching*. May 2007, 202, s. 31–35

a rýsovacích pomůcek. Ti sloužili jako kontrolní skupina. Obě skupiny strávily s danou tematikou stejný čas a mohly proto být na závěr srovnávány.¹⁷

Hlavní náplní projektu, který byl rozdělen do dvou částí, se stala práce s přímkami, úhly a geometrickými tvary ve 2D prostoru, rozlišování kolmosti a rovnoběžnosti přímek a mimo to také využívání shodností: osová souměrnost, rotace a posunutí. Důraz přitom byl kladen především na objevení účinku těchto transformací na 2D útvech.



Obrázek 7

První část výuky byla zaměřena na symetrie ve 2D prostředí, označování útvarů, přímek a úhlů (viz obrázek 7). Vyučující na první hodinu vytvořila pravoúhlý trojúhelník a nechala žáky, aby z něj za pomoci zobrazení vytvořili další tvary. V úvodu hodiny jim přitom na projekčním plátně předvedla, jakým způsobem se v programu používají zobrazení, která následně měli k dispozici. Otočením vytvořila rovnoběžník a zrcadlením čtyřúhelník ve tvaru papírového draka. Žáci poté mohli experimentovat a zkoušet různé varianty, které by vedly k požadovanému cíli, tedy vytvoření co největšího počtu tvarů.

Na druhou hodinu dala Forsythová žákům k dispozici předem připravený čtyřúhelník, který byl navíc rozdělen na jiný čtyřúhelník a trojúhelník. Úkolem žáků bylo najít délky úseček a velikosti úhlů všech objektů. Nejprve byli ponecháni bez pomoci. Pokud si nevěděli rady, dostali následně rady, aby využili nabídku *Měření*. V další části hodiny se pak Forsythová věnovala skládání předem připravených geometrických tvarů do většího celku, přesněji pravoúhelníku. Ve chvíli, kdy žáci tento problém vyřešili, dostali za úkol navrhnout vlastní pravoúhelník, rozdělit jej na několik částí a každou z těchto částí barevně odlišit. Tímto se navíc naučili, jak použít nástroj *Konstrukce*.

Druhá část projektu se více zaměřila na práci s osovou souměrností. V první hodině měli žáci postupně vytvořit polovinu rovnoramenného trojúhelníka, pravoúhelníka, čtverce, obdélníka, kosočtverce a rovnoramenného lichoběžníka. Tyto poloviny daného tvaru pak přichytit k předpřipravené ose souměrnosti a pomocí zobrazení vytvořit celé objekty. Tato hodina již byla určena pro práci dvojic. Svě

¹⁷ Na této škole je zvykem sdružovat dohromady žáky s podobnou úrovní matematiky a obě zkoumané skupiny patřily mezi průměrné třídy.

dosavadní zkušenosti s programem tedy mohli žáci vzájemně konzultovat a doplňovat.

V následující hodině se dvojice rozšířily na větší skupiny, které dostaly za úkol úlohu z předchozího dne o něco více rozvinout. Namísto poloviny tvaru měly vytvořit čtvrtinu a dále pokračovat podle stejného scénáře jako v minulé hodině. Zde již nastaly drobné problémy. Kromě zřejmé skutečnosti, kterou si ne všichni uvědomili, a sice že tímto způsobem lze vytvořit pouze čtverec, obdélník a kosočtverec, se žáci ocitli v nesnázích také při konstrukci druhé, kolmé, osy souměrnosti. Učitelka jim tedy musela předvést, jakým způsobem se dá postupovat, a poradit s jednotlivými útvary.

V době, kdy tento výzkum probíhal, byli žáci celkem třikrát testováni. Poprvé v rámci standardizovaného testu, který žáci obvykle v 11 letech v Anglii podstupují: Key Stage Two SATs. Ve výsledcích tohoto testu nebyl shledán žádný podstatný rozdíl mezi oběma skupinami. Další dva testy proběhly po každé ze dvou částí výzkumu, kdy žáci dostali test vytvořený samotnou Forsythovou. Výsledky prvního testu, který žáci obdrželi po první části a který byl zaměřen na vytváření geometrických tvarů, neukázaly žádný podstatný rozdíl mezi cílovou a kontrolní skupinou. Nicméně výsledky testu po druhé části, zaměřené na trojúhelníky, čtyřúhelníky a různé typy zobrazení, již ukázaly, že cílová skupina zvládá vyplnit testy co do správnosti odpovědí mnohem kvalitněji než ta kontrolní.

Po skončení výzkumu provedla Forsythová s cílovou skupinou několik rozhovorů, pokaždé si tuto skupinu rozdělila do několika menších skupin, a všechny také na závěr nechala vyplnit dotazníky. Hlavním tématem byla především otázka, v čem si žáci myslí, že jim mohl program pomoci. Zde jsou závěry získané z nejčastějších odpovědí: V hodinách, kde žáci užívali program dynamické geometrie, je vyučování většinou bavilo a tento pocit rostl s tím, do jaké míry si zvykali na program a zvládali jeho funkce¹⁸. Většina z nich se domnívala, že je práce s počítači větší legrace. Lépe chápali téma. Zároveň si ale ne všichni byli zcela jistí, co přesně mají dělat.

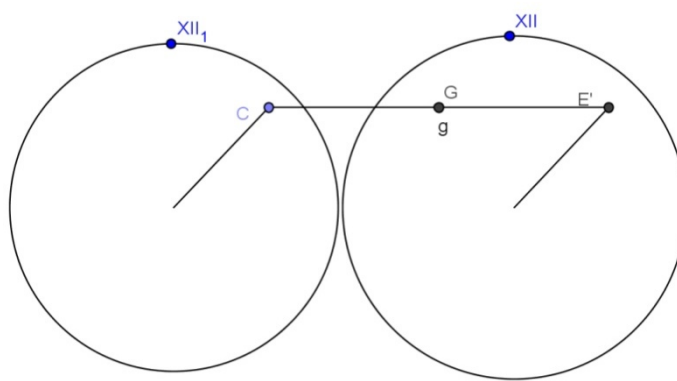
Forsythová pozitivní ohlasy vysvětluje tím, že díky konstrukcím v dynamické geometrii museli žáci uvažovat více do hloubky, než kdyby jen prostě rýsovali do svých sešitů. Každá jejich chyba se totiž okamžitě projevila. Jenomže i když se projevila a pokud k tomu došlo, neznamenal to závažný problém. Žáci nemuseli

¹⁸ Zde se ukazuje, jak je důležité co nejrychleji žáky s programem naučit. Odpadnou tím starosti a žáci se pak mohou více soustředit na matematickou podstatu úkolu.

smazat celý obrázek a narýsovat nový, ale stačilo jen jednoduše změnit vstupní hodnoty.¹⁹

3.3.2 Výzkum ve Spojených Státech

Druhý výzkum pochází z USA²⁰ a proběhl v rámci hodin, které využily několika aktivit pod názvem „Two Clocks Problem“ („Problém dvou hodin“). Uskutečnil se v roce 2005. Jeho hlavním cílem bylo změnit nahlížení žáků na podstatu matematické práce prostřednictvím programu dynamické geometrie. Žáci se často vztahy učili z paměti, než aby se jim snažili porozumět.



Obrázek 8

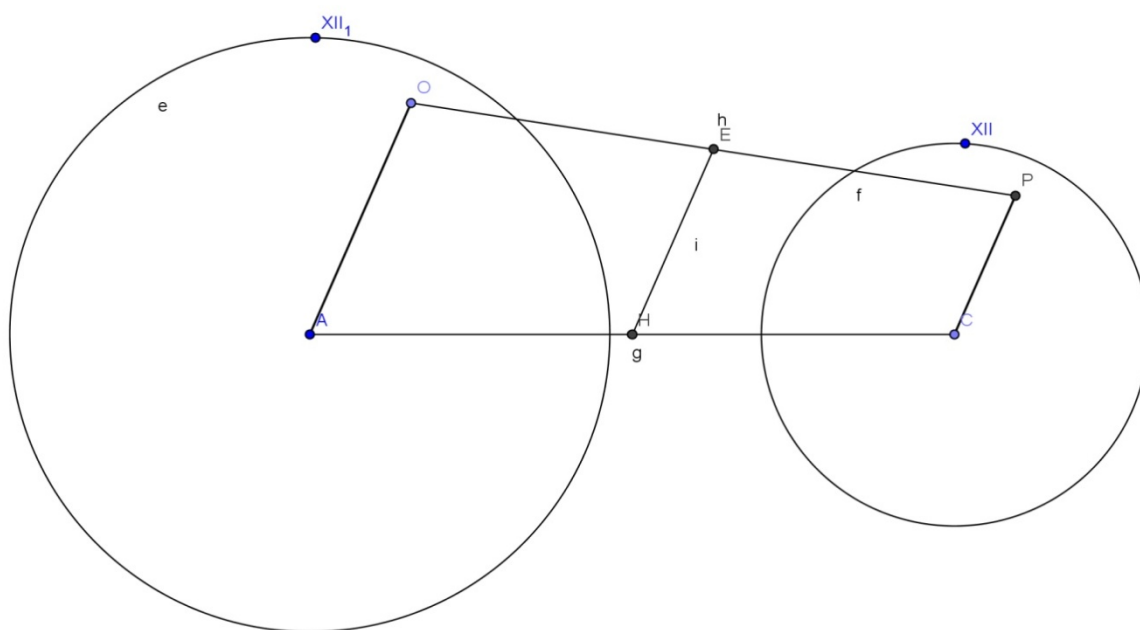
Hlavním prvkem se stal jako v předchozím výzkumu program Geometer Sketchpad, s nímž žáci neměli předtím žádné zkušenosti. Učitel jim dal k dispozici obrázek dvou hodin, jejichž minutové ručičky vzájemně propojil tak, že při otáčení jedné se stejně rychle otáčela také ta druhá. Jelikož byl obrázek sestaven v prostředí dynamické geometrie, žáci nemuseli uvažovat o vztahu mezi jednotlivými objekty a mohli se plně věnovat práci, která jim byla zadána. V první hodině měli spojit koncové body ručiček úsečkou a následně odhadnout, jakou křivku obíhá střed této úsečky (viz obrázek 8).

Někteří z žáků se domnívali, že stopa bude úsečkou, jiní uvažovali o elipse a někteří dokonce o čtverci. Všechny hypotézy byly zapsány a následně se o nich diskutovalo. Program byl v tomto případě využit spíše jako ověření, než že by s ním hledali žáci odpověď. Pomocí funkce *Zanechání stopy* se mohli sami podívat, že

¹⁹ Během psaní diplomové práce jsem se Susan Forsythovou navázal kontakt a mohl tak zjistit některé informace, které v jejím článku nejsou. Susan byla tématem mé práce velice zaujata a dokonce projevila zájem o další spolupráci, protože se podobným tématem zabývá také ve své disertační práci.

²⁰ EDWARDS, Michael Todd. Casting School Geometry in a New Light with Dynamic Geometry Software. *Micromath*. Spring 2005, 21, s. 32–40.

Druhá hodina probíhala prakticky stejně jako ta první. Žáci měli k dispozici stále dvoje hodiny, jejichž ručičky se otáčely stejnou rychlostí. Na rozdíl od první hodiny však měly hodiny různou velikost. Také tentokrát bylo hlavním úkolem zjistit, jaký útvar vytvoří stopa středu úsečky s koncovými body na hrotu ručiček. V tomto případě dynamická geometrie značně podnítila motivaci k diskusi. Žáci dostali za úkol spojit také středy hodin, čímž vznikl lichoběžník se střední příčkou tvořenou úsečkou EH (viz obrázek 9).



Třetí den se již stal úkol o dost složitějším. Hodinové ručičky nebyly v základní poloze rovnoběžné a žáci se experimentováním měli snažit zjistit, co se bude dít při různém rozdílu úhlů obou ručiček.

Při hodnocení výzkumu se ukázalo, že žáci se používáním softwaru bavili a až si to možná ani neuvědomovali, také se naučili mnoho o stejnolehlosti či vlastnostech lichoběžníka. Nebyl sice učiněn žádný statistický doklad tohoto výsledku, ale rozhovory a diskuse se žáky v průběhu hodin ukázaly, že záměr změnit náhled na geometrii byl úspěšný. Otázkou je, jakého trvání tento náhled má. Bohužel autor se nezmiňuje, do jaké míry byli žáci schopni po tomto úvodu do práce s programem schopni v něm dále pracovat samostatně.

4 Vlastní výzkum

Vzhledem k tomu, že cílem mé práce je vytvořit a vyzkoušet přístup, pomocí něhož by se žáci seznámili s programem GeoGebra motivačním způsobem, nejdříve se zaměřím právě na problematiku motivace. Následně rozeberu vznik jedné ze souboru úloh, který jsem vytvořil a následně využil ve výukovém experimentu. Na základě analýzy experimentu pak navrhnou případné změny v přístupu k úvodu s programem.

4.1 Motivace k práci s programem

Proto, aby ve výuce mohlo být dosaženo požadovaných výsledků, je nutné žáky nějakým způsobem podnítit k práci. Již samotný fakt, že vyučovací hodinu matematiky stráví jinde než v obvyklé třídě (tedy počítačové učebně), v nich většinou navozuje zvědavost a určitým způsobem je motivuje. Jakým způsobem ale docílit toho, aby byla tato motivace co nejsilnější?

Motivaci můžeme po stránce psychologické rozdělit na dlouhodobou a krátkodobou.²¹ Z mého hlediska to znamená, že při samotných začátcích s výukovým softwarem musíme aktivně pracovat především s krátkodobou motivací. Pokud hodlá učitel i nadále pokračovat ve využívání softwaru, což je vzhledem k jeho zavádění více než pravděpodobné, měl by položit také určité základy pro motivaci dlouhodobou.

Krátkodobá motivace je zárukou plného nasazení ve vyučovacích jednotkách, které máme přímo určeny k úvodu do ovládání programu, a tedy i efektivnější práce žáků. Této motivace dosáhneme předvedením zapojením něčeho nezvyklého. Něčeho, co u každého jednotlivce osloví univerzální lidské potřeby, jako jsou zvědavost či potřeba dělat věci po svém, tedy potřeba autonomie, potřeba svobodného myšlení.

Já jsem se ve své práci rozhodl tuto myšlenku naplnit zapojením příběhu, který bude pomocí obrázků spojen s geometrií a který by měl žáky něčím oslovit. Tím

²¹ RHEINBERG, Falko; MAN, František; MAREŠ, Jiří. Ovlivňování učební motivace. *Pedagogika*. 2001, 51, s. 155–184

bych rád dosáhl propojení školního vyučování a reálného života.²² Má idea je taková, že po úspěšném vyřešení jedné části příběhu, potažmo úlohy, dostane žák k dispozici další část, která ho společně s následujícími a předchozími postupně provede celým příběhem. Mým cílem je pomocí pracovních listů dosáhnout, alespoň v rámci možností, jisté samostatnosti. Žáci jimi budou z části vedeni, ale současně dostanou v některých úlohách možnost volně experimentovat. Jednotlivé úlohy budou strukturovány tak, aby s jejich pomocí získali žáci vědomosti o používání podstatných nástrojů GeoGebry.

Z hlediska dlouhodobé motivace bychom měli podle Rheinberga, Mareše, Mana (2001) v žácích podnítit snahu o hlubší uchopení problému, žáci by se měli snažit porozumět učivu více do hloubky a vidět v něm souvislosti, být tedy určitým způsobem aktivní. Obvykle se takové vyučování koncipuje tak, aby bylo pokud možno „hravé“, aby se „orientovalo na jednání žáků“, aby při něm panovala příjemná sociální atmosféra a aby se chování podporující výuku objevovalo co nejčastěji. Nárůst učení má pak podobu „vedlejšího produktu“, nikoliv cíle, který je třeba splnit.

Jak jsem již naznačil, k tomuto pojetí motivace může učitel v úvodních hodinách pouze položit základy tím, že ukáže výhody práce s dynamickým softwarem, zprostředkuje žákům, že učení pomocí něho může znamenat také zábavu a že žák dokáže v programu vytvořit něco, co by pro něj bylo na papíře neřešitelným problémem.

4.2 Příprava úloh

Rozhodl jsem se využít při zavádění softwaru jinou metodu než ty, se kterými jsem se doposud setkával (viz odstavec 3.2 a 3.3). Oproti výzkumům, které jsou popsány v odstavci 3.2 – *Zahraniční výzkum*, se více opírám o vizuální stránku úloh. Tedy o to, co žáka na první pohled nejvíce zaujme, a to, co udrží jeho pozornost. Přitom matematická myšlenka úlohy zůstane zachována. Mým primárním cílem je, aby byly všechny úlohy, které v projektu použiji, svým způsobem originální a tím co nejvíce zajímavé a poutavé. Něco, s čím se do té doby žáci v matematice nesetkali a co je do určité míry osloví. To není v prostředí dynamického softwaru nic obtížného. Chce to mít v sobě jen trošku trpělivosti a vynalézavosti.

²² Bude blíže popsáno v odstavci 4.2 – Příprava úloh.

Při tvorbě úloh pro projekt za pomoci programu GeoGebra bylo mým hlavním cílem spojení běžného života a matematiky. Domnívám se, že toho jsem dosáhl nejen předem připraveným příběhem, jenž žáky vtáhne do děje, ale také pomocí tematických obrázků, které dotvářejí tu správnou a potřebnou představu. Tyto obrázky jsem pomocí zaškrtávacího pole v dialogovém okně *Vlastnosti* ukotvil na pozadí plochy a následně na nich vytvořil geometrickou úlohu. Tu jsem se navíc snažil přizpůsobit do té podoby, aby co nejvíce využívala dynamického prostředí GeoGebry.

Pokusím se nyní nastínit, jak v mém případě probíhal celý proces tvorby úloh, od naprostého začátku až po změny drobných nuancí v již hotové úloze.

Nejdůležitější je prvotní myšlenka, idea či nápad. Ten je klíčový a na něm se vše ostatní vrší. Můj projekt byl od samotného začátku založen na tvorbě úloh na základě obrázků, a proto jsem je také musel nejprve najít. Ačkoliv si troufám tvrdit, že geometrická úloha se dá vidět na takřka jakémkoliv obrázku, pokud má tedy člověk alespoň nějakou fantazii, stejně při jeho výběru musí hrát roli určitá kritéria. Především s ohledem na věk žáků.

Obrázek by měl být poutavý a dokázat něčím zaujmout, v lepším případně také třeba žáka i částečně vzdělat v jiném oboru, než je matematika. Toho snad dosáhneme i samotným faktem, že učitel žákům ukáže něco, co třeba nikdy předtím neviděli, přidá k tomu odpovídající slovní doprovod a možná je tak inspiruje k tomu, aby se o danou věc začali zajímat. Já jsem se ve své práci, respektive ve svém experimentu, rozhodl využít fotografií, které jsou tematicky orientovány na cestování, protože mě samotného tato tematika velmi zajímá. A zájem je, myslím, druhý podstatný prvek při výběru obrázků. Učitel by k nim měl mít vztah a měl by je velmi dobře znát. Domnívám se, že následné vymýšlení úlohy je pak jednodušší²³. Použije-li tedy vlastní fotografie, může to být výhodou. Stejně tak, jako jsem použil cestování, mohl jsem také použít téma přírody, sportu či čehokoliv jiného. Toto tvrzení dokazují úlohy, které nebyly do vyučovací hodiny zařazeny (viz odstavec 4.2.7 – *Další úlohy*).

Vybrali jsme tedy fotografii, teď k ní vymyslet úlohu. V obrázku mohu okamžitě vidět geometrické útvary, přímky, oblouky, úhly, symetrie či vzdálenosti. Pokud mě nenapadne konkrétní úloha okamžitě, chvíli experimentuji, zkouším si jednotlivé

²³ Domnívám se, že je tomu tak především proto, že se člověk mnohem raději probírá vlastními fotografiemi, než fotografiemi, které nevytvořil. Vyvolávají v něm příjemné vzpomínky a práce s nimi je potom o to zábavnější. Samozřejmě tomu tak nemusí být u každého, ale u mě to platilo.

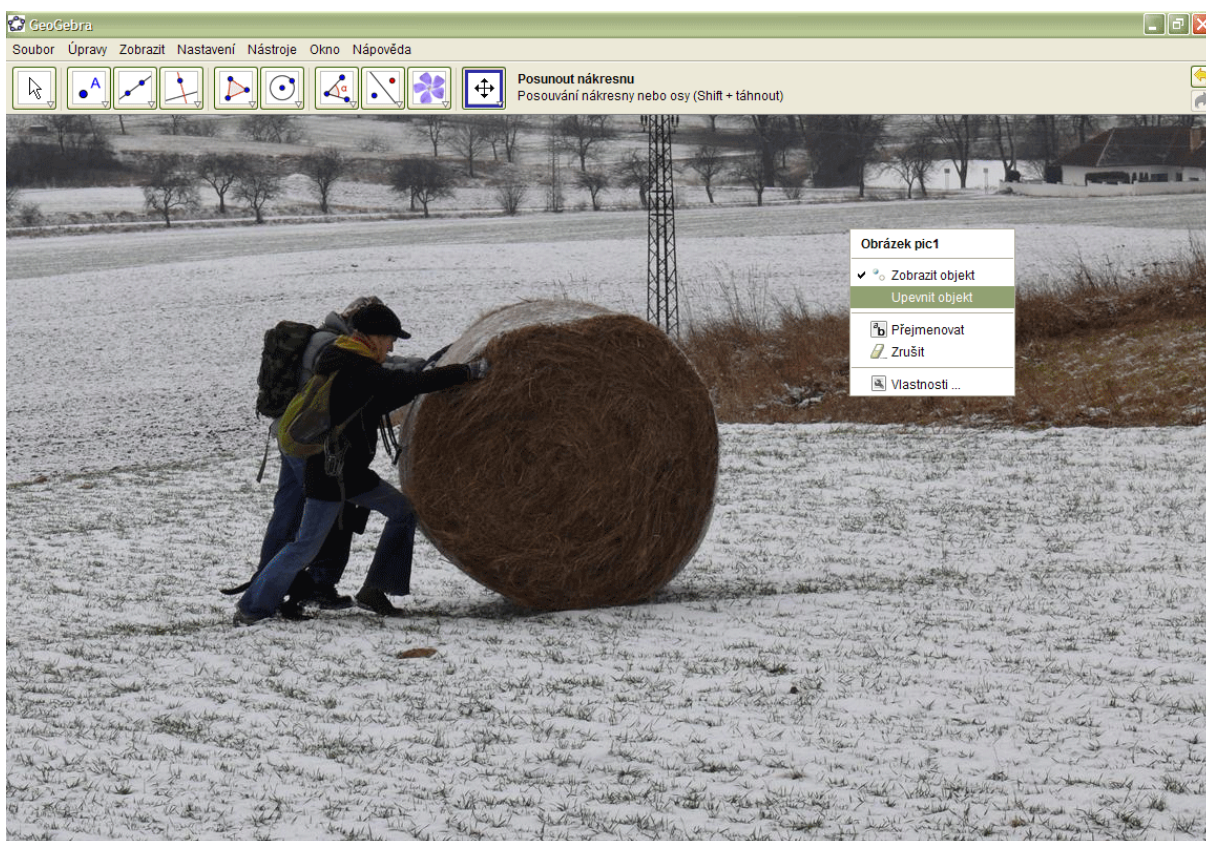
objekty opisovat pomocí nástrojů dynamické geometrie a dřív nebo později se myšlenka dostaví.

Na závěr se pak již jen snažím eliminovat ty prvky, které by mohly dělat žákům problémy. Případně s odstupem několika dnů provádím drobné změny, kdy se mi úloha v hlavě, jak se říká, „rozleží“.

Pokusím se zde detailně ukázat celý proces vzniku jedné úlohy.

4.2.1 Výběr obrázku

Jako pozadí pro tvorbu úlohy jsem si vybral fotografii z výletu v českém Srbsku (viz obrázek 10), na které se přímo nabízí využití balíku slámy jakožto nejpoutavějšího prvku fotografie. Na první pohled je zřetelně vidět přítomnost geometrického tvaru. Obrázek jsem hned na začátku upevnil, aby nemohlo dojít k jeho posunutí při manipulaci s jinými objekty. Ideální velikost obrázku je 1 200 x 900 bodů²⁴.

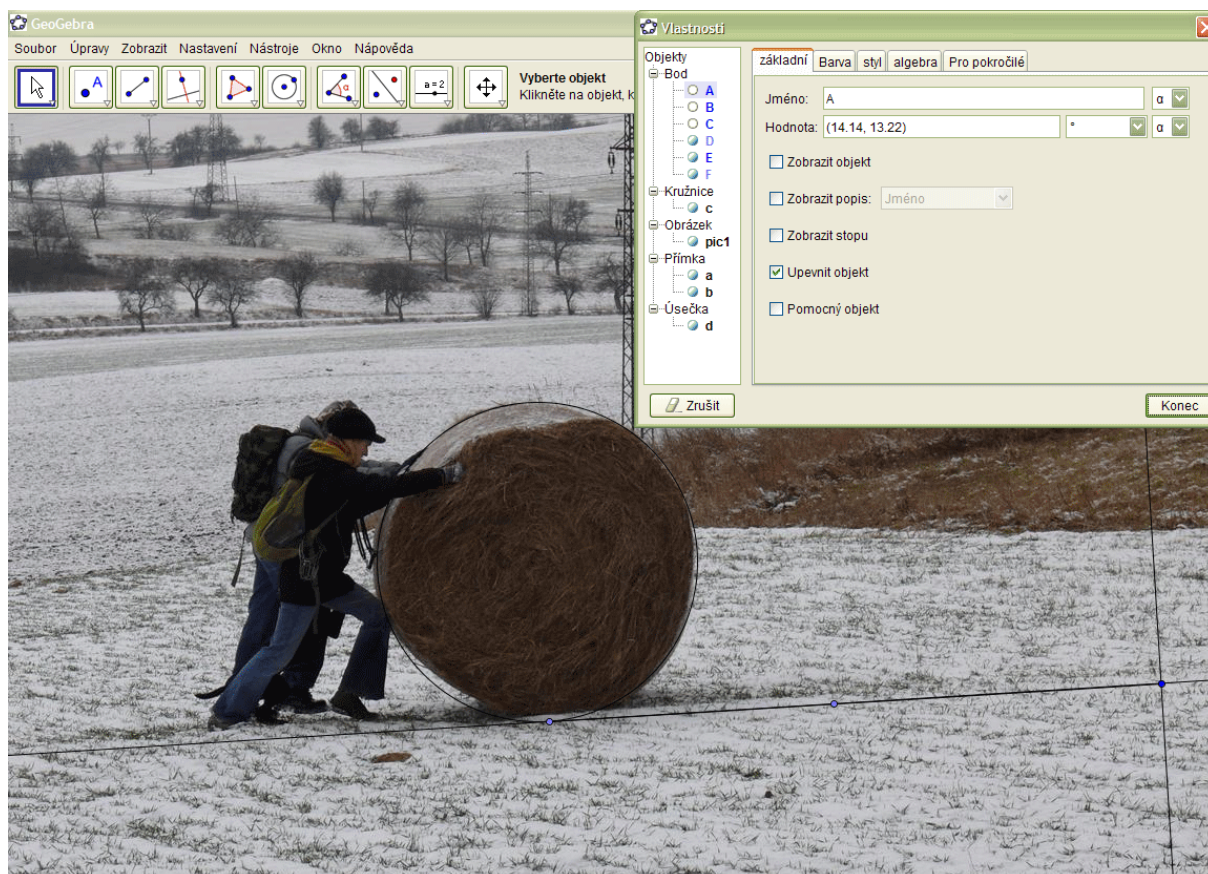


Obrázek 10

²⁴ Samozřejmě záleží na tom, v jakém rozlišení obrazovky se bude úloha používat.

4.2.2 Tvorba geometrické úlohy

Poté, co mám připravenou pracovní plochu pro svou úlohu, mě buď okamžitě napadne myšlenka, jak by měla úloha vypadat, nebo musím trochu experimentovat. V tomto případě přišel na řadu experiment.



Obrázek 11

Jak jsem již předeslal, úloha s kružnicí se sama nabízí. Proto jsem ji pomocí nástroje *Kružnice tvořená třemi body* balíku opsal. Aby nemohla být kružnice dále deformována²⁵, upevnil jsem v dialogovém okně *Vlastnosti* body, jimiž byla konstruována, a skryl je tak, aby žáků nelákalo pracovat s nimi. Následně jsem vytvořil tečnu ke kružnici, která má ztvárňovat zemi, po níž se balík pohybuje, v tomto případě pole. V jednom z bodů na přímce jsem zkonstruoval kolmici, která měla značit vzdálenost od balíku (viz obrázek 11). V tuto chvíli mě již začala napadat stěžejní část příběhu, a sice že k tomu, aby mohli dva lidé dostat balík až ke kolmici, nemají příliš síly. Proč jim tedy práci neusnadnit a balík nezmenšit? Poté šlo již pouze o to převést tuto myšlenku do srozumitelné podoby a samotnou pracovní

²⁵ Respektive změněna její pozice a poloměr.

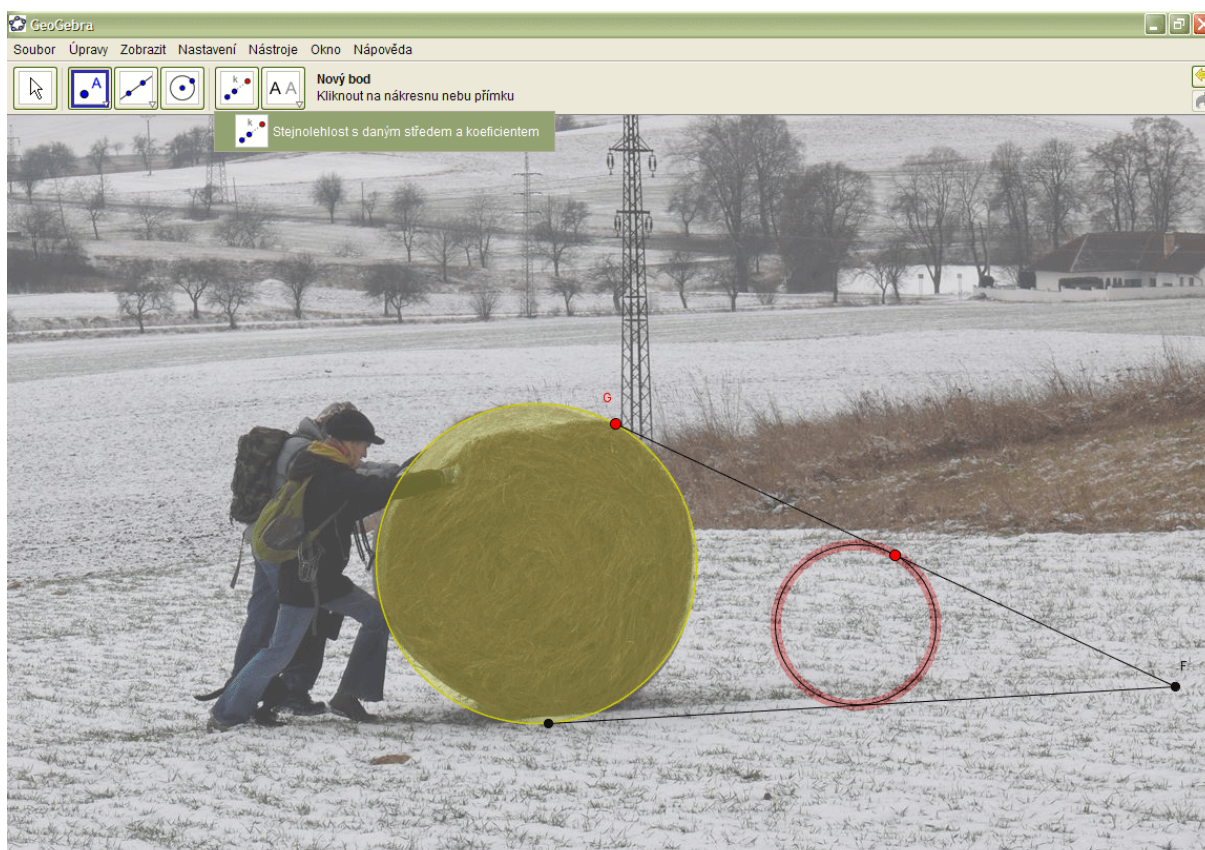
plochu udělat co možná nejpřehlednější. V této úloze tedy využijí nový nástroj *Stejnolehlost* a stejně tak také *Stopu bodu*. To vysvětlím v dalším odstavci.

4.2.3 Úloha

Na obrázku je vidět, že odtlačení balíku slámy je pro dvě osoby příliš obtížné. Pokud bychom středu úsečky FG (kde bod G leží na kružnici opisující balík a bod F je vrchol dvou ramen, které svírají balík slámy) dali funkci *Zobrazit stopu* a objekt, který by se touto stopou zobrazil, by měl pár na obrázku následně odtlačit, zjednodušila by se jim tímto práce (berme to tak, že velikost práce je přímo úměrná velikosti balíku)? Pokud ano, o kolik by se jim přibližně tato práce zjednodušila? Pokuste se pomocí některého z nástrojů programu GeoGebra vytvořit objekt, který přesně opíše stopu středu úsečky FG .

4.2.4 Nástroje, které mohou studenti využít

Pro tuto úlohu jsem se rozhodl nechat studentům k dispozici kromě nástroje *Stejnolehlost* také ty nástroje, které by případně mohli potřebovat pro konstrukci kružnice jiným způsobem.



Obrázek 12

4.2.5 Zhodnocení tvorby úlohy

Na obrázku č. 12 je vidět výsledek, ke kterému by měli žáci dospět. Jako poslední jsem provedl úpravu týkající se průhlednosti obrázku. Ta musela být zvýšena, aby vynikly jednotlivé prvky a obrázek tak byl přehlednější.

Celkový čas, který jsem vynaložil k přípravě této úlohy, se blíží 20 minutám.

4.2.6 Úlohy užití ve výzkumu

Všechny úlohy jsou určeny pro žáky druhého stupně základní školy případně prvního ročníku střední školy. Jejich vstupní podmínky mohou být přizpůsobeny potřebám v jednotlivých třídách. Žáci budou mít ke každé úloze k dispozici pracovní list, jenž jim přesně popíše jednotlivé nástroje, které mohou použít. Zároveň v něm bude příběh, který převede úlohu co možná nejvěrněji do reálného života. To proto, aby měli studenti pocit, že to, co dělají, mohou skutečně někde použít. Všechny dohromady pak budou zasazeny do jednoho příběhu, který je všechny vzájemně spojí.

4.2.6.1 Děj příběhu, do nějž jsou úlohy experimentu zasazeny

Celý příběh je nejprve uveden a následně pokračuje v každé z úloh. Na pracovních listech, které jsou žákům rozdány, úvod není, ten žákům svými slovy zprostředkuje učitel.

„Pan Hubert, zasloužilý a léty ověřený starý pán odešel před několika měsíci do důchodu. Do té doby byl prostým a spořádaným občanem, který se ihned po dokončení studií na přírodovědecké fakultě vrhnul do světa práce, kde setrval až do důchodového věku. Celých čtyřicet pět let bylo jeho povoláním a zároveň také koníčkem modelování umělých krajin všeho druhu. Díky svým šikovným prstům se během krátké doby dostal až na pozici hlavního modeláře národního muzea, který měl za úkol navrhovat a vytvářet umělé přírodní či městské krajiny, do nichž se následně zasazovaly jednotlivé exponáty. Svůj talent a skutečně ohromnou fantazii, podpořenou četbou nesčetného množství knih, dokázal plně zúročit a svými výtvary často udivoval návštěvníky muzea. Ačkoliv mnoho z míst, která ztvárňoval, ani nikdy neviděl, ta vyvolávala pocit, jako by je tvořili obyvatelé těchto krajů.

To, co se mu nepovedlo v letech minulých, tedy navštívit některé z okolních zemí, by rád dohnal teď, kdy na to má moře času. A protože on sám by nevěděl, kde začít, zalíbil se mu návrh jedné cestovní kanceláře. Ta zprostředkovává poznávací výlety po celé Evropě a nutno podotknout, že je více než netradiční. O tom svědčí již samotný fakt, že kromě výdajů za dopravu je takřka zadarmo.

Forma cestování, kterou svým zákazníkům nabízí, je založena na velmi prosté věci. V hostitelském městě jim zprostředkuje setkání s jedním místních obyvatel, jenž je vezme pod svá ochranná křídla. Poskytne jim ubytování, stravu a také je provede městem a ukáže jim jeho skvosty. Za tuto službu má možnost požádat onoho turistu o službu. O pomoc s nějakým pikantním problémem, se kterým si zrovna sám neví rady.²⁶

Jakkoliv se tato myšlenka může zdát nereálná, pan Hubert se stal její součástí a byl nadmíru spokojen. Nejen že získal nové přátele a dostal se na místa, o kterých se mu ani nesnilo, on navíc ukázal pověstnou českou chytrost a svými radami pomohl při řešení všech problémů, které mu na cestách jeho hostitelé předvedli.

Neumíte si to představit? Ani já jsem neuměl. Pan Hubert se se mnou ale o své zážitky podělil, a tak se teď i já podělím s vámi.

Prvním místem, na které se pan Hubert podíval, byla Vídeň, v níž se mu stal průvodcem Wilhelm Schöning. Toto nejvýznamnější kulturní, politické a hospodářské centrum Rakouska jej naprosto uchvátilo. A to nejen přenádhernými památkami, které se tolik podobají Praze, ale také místní gastronomickou specialitou. Wilhelm ho zavedl do místní restaurace, kde údajně dělají největší řízky v Evropě. A skutečně. Obrovské řízky, které pan Hubert viděl (a samozřejmě také chutnal) ve Vídni, si nedokázal představit ani v těch nejbujnějších snech.

Pan Hubert byl vskutku nadšený a za služby, které mu Wilhelm poskytl, se mu chtěl náležitě odměnit. A záhy se tato možnost naskytla. Někáký vandal jeho hostiteli rozstříhal obrázky galerie Albertina, kde se mimochodem pořádají výstavy těch nejlepších malířů všech dob, a on není schopen poskládat jej zpět do původní formy, aby jej mohl slepit. [Následuje úloha 1.]

Z Vídne se pan Hubert přesunul přímou cestou do Budapešti, kde na něj již netrpělivě čekal Vavrosz Lubekö. Tento až fanatický fanoušek techniky mu ukázal ta nejkrásnější místa, která se v hlavním městě Maďarska nachází. Především však

²⁶ Podobně funguje program Couch Surfing, přes který se mohou lidé ubytovat kdekoli na světě. I tento fakt by mohl děti v něčem poučit.

místní lázeňská zařízení si pan Hubert nemohl vynachválit. Termální prameny byly učiněnou slastí na jeho nemocné klouby.

Na oplátku za své služby žádal Vavrosz po panu Hubertovi jedno. V Budapešti se každoročně koná závod akrobatických letadel Red Bull Air Race, na kterých samozřejmě Vavrosz nemůže chybět. Již léta si ale láme hlavu, z jakého místa by se mu závod nejlépe sledovalo. [Následuje úloha 2.]

Z východní části Evropy se pan Hubert letecky přesunul na její opačný kout, do města lásky, tedy do Paříže. Průvodkyní mu zde byla místní učitelka Suzane Richetová. A lepší průvodkyni si skutečně nemohl přát. Kromě hlavních turistických lákadel mu v klikatých uličkách ukázala typické malé pařížské restaurace, s tím nejlepším vínem, za velmi příjemnou cenu, o kterých se běžný turista nikdy nedozví.

V tomto městě nečekal pana Huberta žádný velký problém. Spíše s madam Richetovou jen tak diskutoval o tom, co své studenty učí. A protože byla Suzane učitelkou matematiky, přirovnávala mu jednotlivé úlohy k tomu, co se jim tyčilo nad hlavami. [Následuje úloha 3.]

Další kroky pana Huberta směřovaly do Nizozemska. Jeho cesta se sice mírně zkomplikovala, když kvůli stávce francouzských dopravců musel cestovat přes Německo, ale pan Hubert si dokázal dlouhou chvíli zkrátit. Jak tak jel ve vlaku, všude kolem sebe viděl míhající se německé vlajky. Zastesklo se mu najednou po té naší, české. Proto se ji jal vytvářet. [Následuje úloha 4.]

Konečně dlouhá cesta skončila a pana Huberta už na nádraží v Amsterdamu mohl vítat Klaus Jan Staal. Historik ze zdejší univerzity jej nejprve ve svém domově pohostil tradičním holandským sýrem a následně oba vyrazili, jak jinak, do centra velkoměsta. Tento výlet se stal dalším z řady netradičních výletů. Na malé lodičce proplouvali sítí kanálů, která protkává celé město jako pavučina. Z lodi je prohlídka zcela odlišná a pan Hubert si ji nemohl vynachválit!

Na úplný závěr zavezl Klaus pana Huberta na kraj města, kde se nachází polorozpadlý větrný mlýn. Kdysi chloubou této části města byla tou dobou pro ostudu, a proto ho chtěl Jan zrekonstruovat. Chybělo mu k tomu jediné. Potřeboval vytvořit návrh, který by mohl následně použít pro výstavbu mlýna. Pan Hubert se snažil ze všech sil a s opravou mu pomohl. [Následuje úloha 5.]

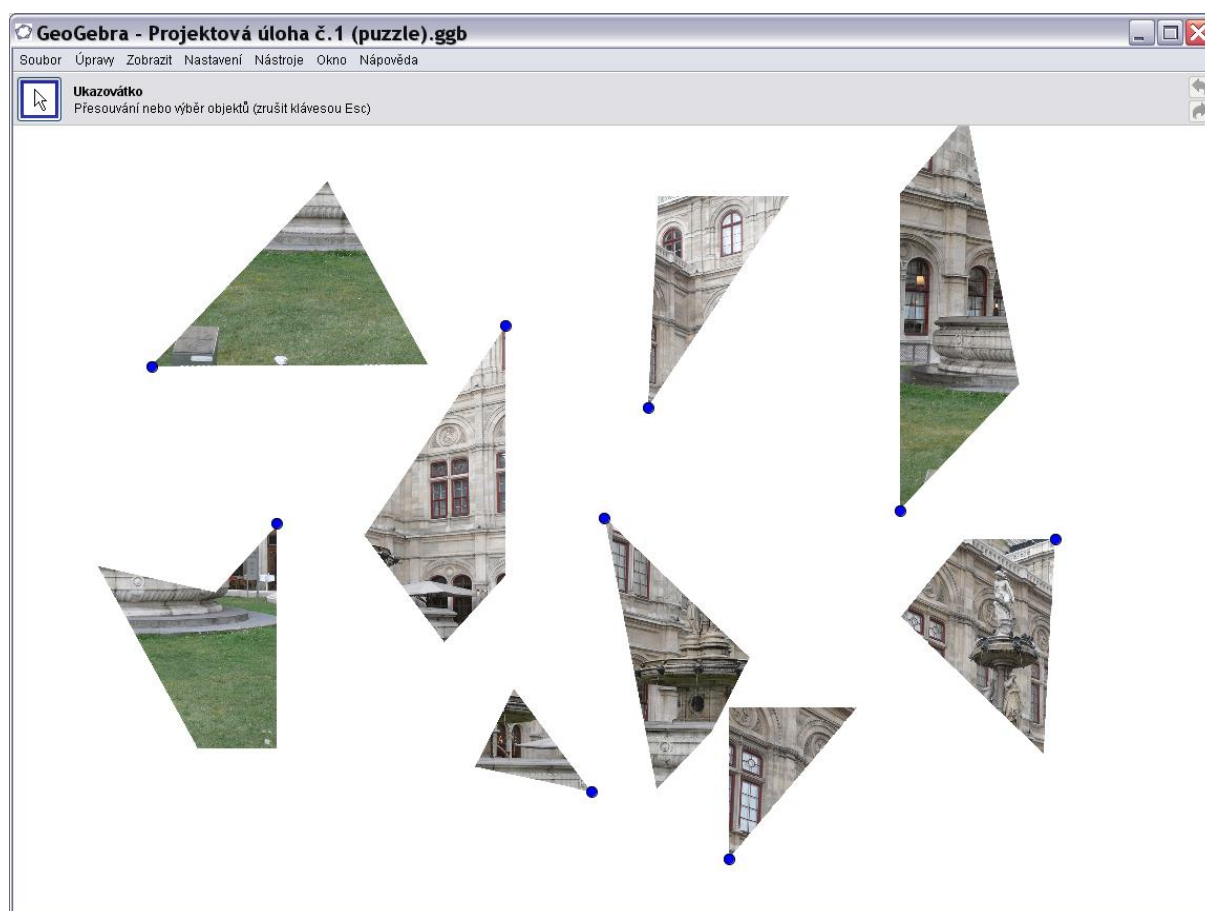
Svou práci v Nizozemí pan Hubert úspěšně dokončil a poslední štací na jeho cestě se mu stal Stockholm, hned po Kodani nejkrásnější město Severní Evropy. Co pana Huberta upoutalo na první pohled, byla naprostá čistota. A to prosím všude.

S tím souvisí i životní styl zdejších, kteří jezdí vesměs všude na kole. Jedno takové si mohl vyzkoušet také pan Hubert, když mu jej půjčil Jaak Temula, jeho další průvodce, původem Fin, který už ale dlouhou dobu žije v hlavním městě Švédska.

Moderní části města, kontrastující s historickými budovami, působily na pana Huberta jako z pohádky. Až se kolikrát zapomněl koukat, kudy se zrovna řítí na svém vypůjčeném kole.

Nu a Stockholm v noci, to je něco, co se podobá ráji. Jaako to dobře věděl a rád by takový ráj vytvořil také ve svém rodném městě, v Helsinkách. Jako první cíl si vytknul přestavět místní skvost, most, který se tyčí nad jedním z mnoha říčních kanálů. Jaako byl s plánem pro přestavbu takřka hotov, jediné, co mu zbývá, je určení poloměru jeho mostního oblouku. U jednoho se mu to již povedlo, ale u toho druhého nedokáže přijít na způsob, jak to zjistit. Ano, pan Hubert to zjistil. [Následuje úloha 6.]

Nakonec se pan Hubert vrátil domů a nemůže se dočkat, až podobnou cestu podnikne znovu.“

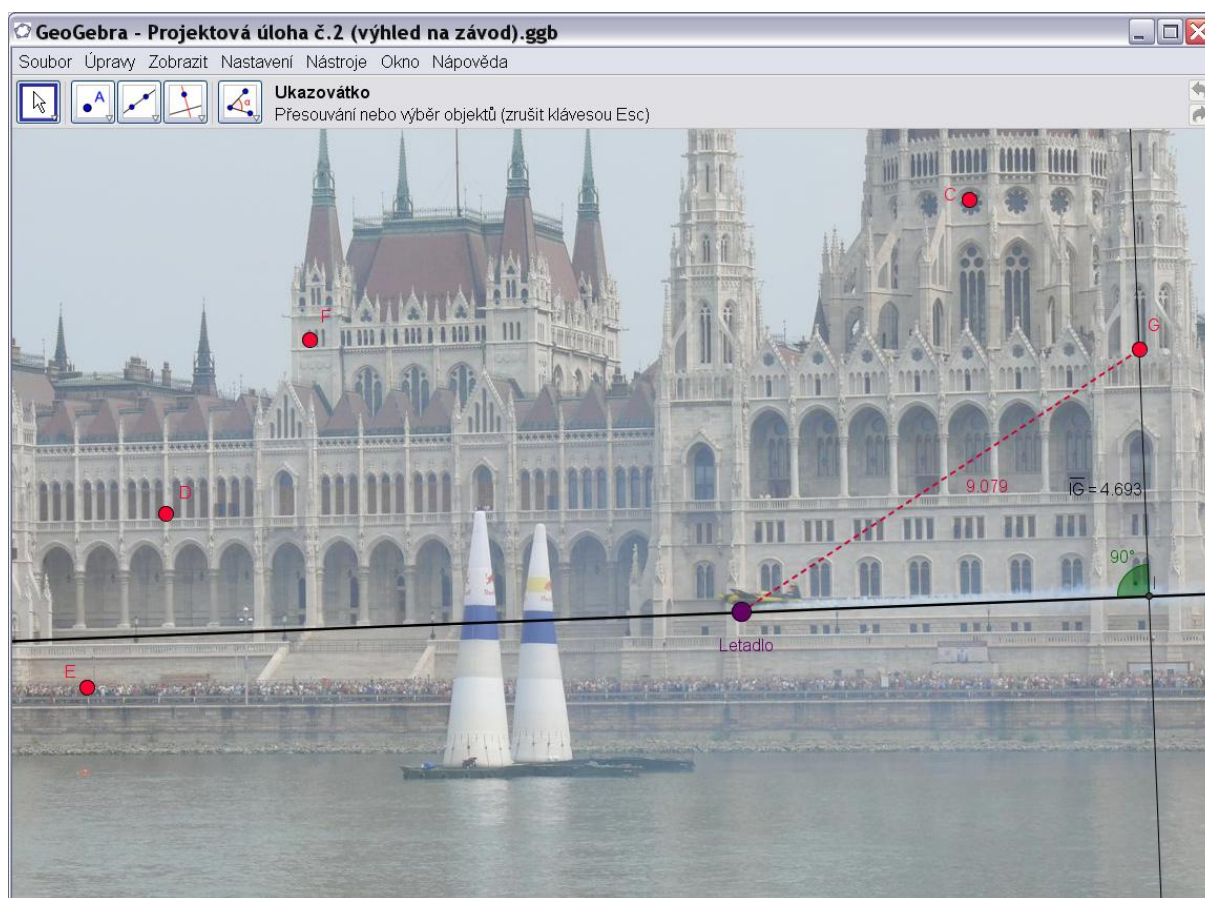


Obrázek 13

4.2.6.2 Úlohy připravené pro experiment

Úloha č. 1 (puzzle – viz obrázek 13) – Tato úloha je spíše seznamovacího rázu. Je podobná velmi dobře známému skládání puzzle, a proto je zařazena na úvod. Žák má za úkol sestavit devět geometrických útvarů dohromady, a vytvořit tak obrázek. Pomocí této úlohy si má žák co nejvíce zvyknout na prostředí dynamického programu GeoGebra a zároveň si má osvojit možnosti tažení bodu, potažmo jakéhokoliv objektu.

Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátko*.



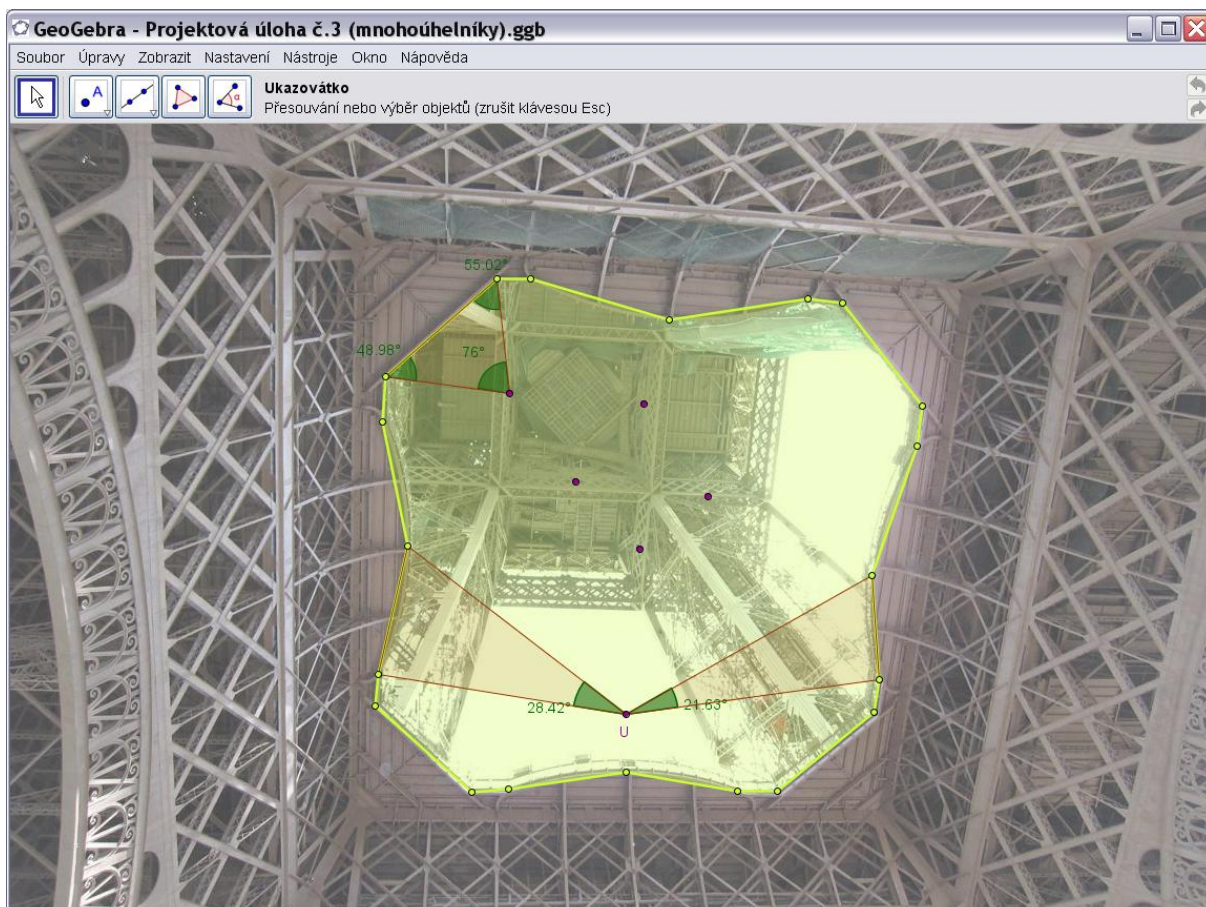
Obrázek 14

Úloha č. 2 (výhled na závod – viz obrázek 14) – Tato úloha je zaměřena na zjištění vzdálenosti bodu od přímky. Na pracovní ploše se nachází pět červených upevněných bodů a jeden fialový, upevněný k přímce. Vzdálenost jednoho z bodů je předem zkonstruována a mohla by být žákům návodem k řešení. I pokud by žáci nevěděli, jakým způsobem postupovat, experimentem a tažením volného bodu by měli k potřebné myšlence dojít. Druhá úloha již nabízí mnohem větší spektrum nástrojů, a ačkoliv žáci při řešení nemusí využít všechny, předpokládám, že je alespoň vyzkouší. Aby se nestalo, že se po vyzkoušení několika nástrojů, tedy

po vytvoření nepotřebných objektů, přestanou v obrázku orientovat, budou žáci upozorněni na využití funkce *smazat objekt* a funkce *zpět*.

Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátko*, *nový bod*, *průsečík dvou objektů*, *přímka dvěma body*, *úsečka dvěma body*, *kolmice*, *rovnoběžka*, *úhel* a *vzdálenost*.

Úloha č. 3 (mnohoúhelníky – viz obrázek 15) – Tato úloha je zaměřena na mnohoúhelníky, velikosti úhlů konvexních mnohoúhelníků a úhly vůbec. Uvnitř dvacetiúhelníka, jehož body jsou pevně ukotveny, se nachází šest volně pohyblivých bodů a tři trojúhelníky. Žáci mají za úkol umístit bod *U* do takové polohy, aby byly úhly obou trojúhelníků u tohoto vrcholu shodné. Dalším úkolem je vytvořit konvexní čtyřúhelník a konvexní pětiúhelník, jejichž vrcholy musí ležet jak na žlutých, ukotvených, tak i fialových, pevných bodech. Trojúhelník s vyznačenými úhly se na pracovní ploše nachází především pro experimentování. Žák si může vyzkoušet, jakým způsobem se mění velikosti jeho úhlů při tažení volným bodem.

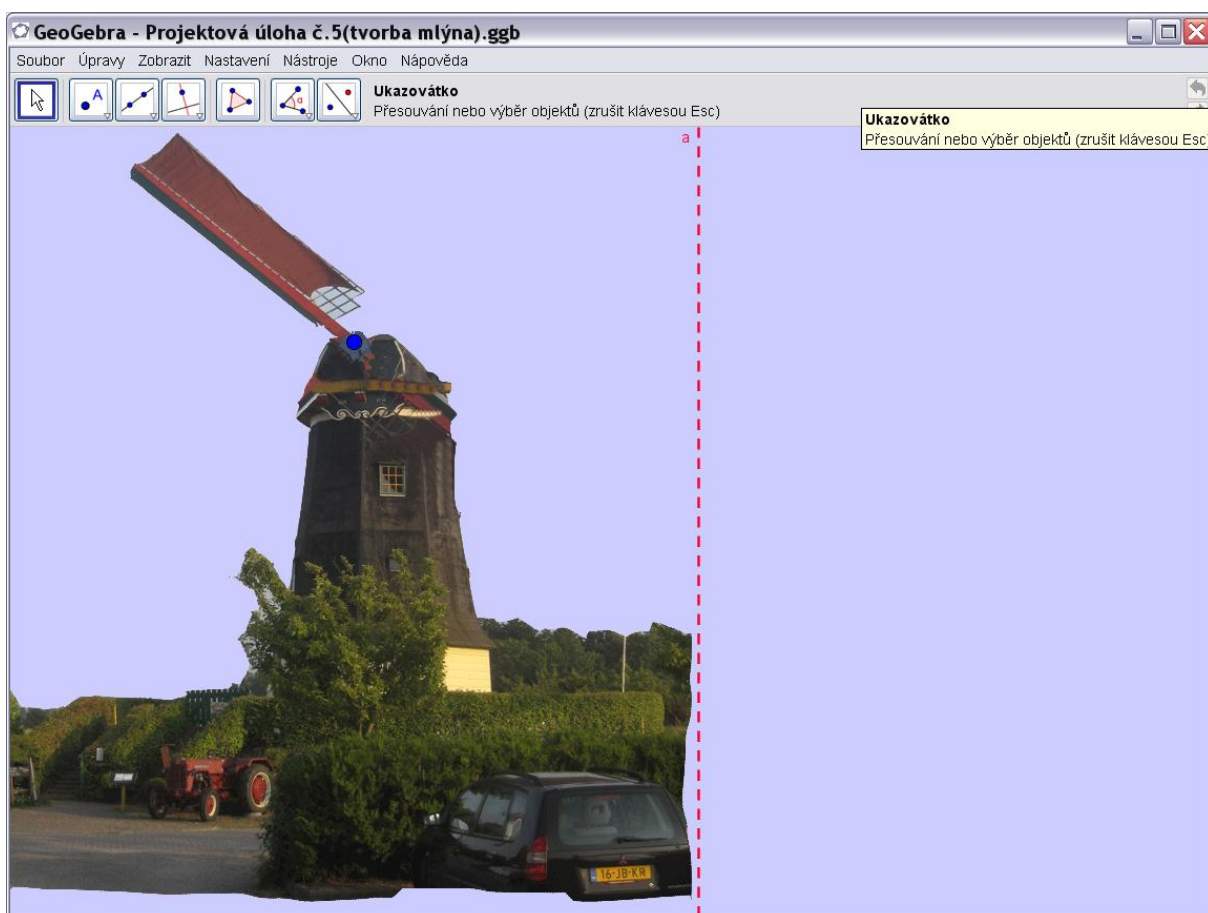


Obrázek 15

Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátko*, *nový bod*, *průsečík dvou objektů*, *přímka dvěma body*, *úsečka dvěma body*, *mnohoúhelník* a *úhel*.

Úloha č. 4 (tvorba mlýna – viz obrázek 16) – Tato úloha je zaměřena na použití souměrností. Žáci mají za úkol vytvořit kompletní mlýnské kolo a následně vytvořit ještě druhý, kompletní větrný mlýn. Na obrázku se nachází upevněná budova mlýna, jedna upevněná část mlýnského kola, upevněný střed mlýnského kola a volně pohyblivá osa souměrnosti, pomocí níž žáci zobrazí druhý mlýn. Díky tomu, že je s touto osou možné volně táhnout, umožňuje žákům vidět, co se děje s obrazem souměrnosti při různých polohách osy. Jakým způsobem budou žáci postupovat, je zcela na nich. Aby si zvykli orientovat se při volbě mezi více nástroji, jsou zde kromě nástrojů potřebných pro řešení úlohy také všechny ty, které byly použity dříve a využít je k řešení této úlohy příliš nelze.

Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátka, nový bod, průsečík dvou objektů, přímka dvěma body, úsečka dvěma body, kolmice, rovnoběžka, mnohoúhelník, úhel, vzdálenost, středová souměrnost, osová souměrnost a rotace*.

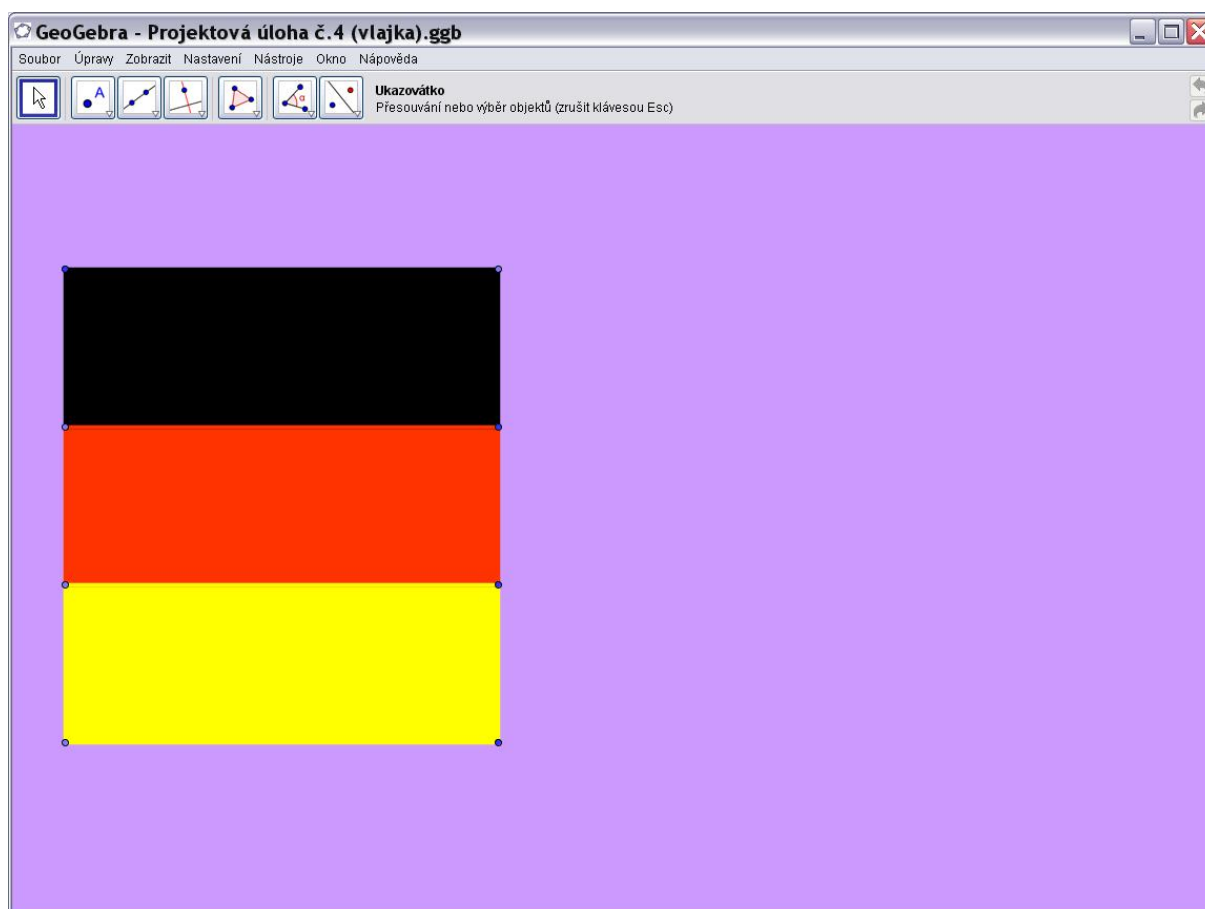


Obrázek 16

Úloha č. 5 (vlajka – viz obrázek 17) – Tato úloha je zaměřena ryze na zvládnutí vlastností jednotlivých objektů. Úkolem žáků je vytvořit českou vlajku.

Na pracovní ploše je k dispozici německá vlajka, která by mohla studentům pomoci, jelikož jsou na ní označeny jednotlivé body. Dialogové okno *vlastnosti* by mělo být studentům předvedeno na interaktivní tabuli či projekčním plátně, podle možností školy. Cílem je zvládnutí základních vlastností, barvy objektu a stylu čáry.

Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátko*, *nový bod*, *průsečík dvou objektů*, *přímka dvěma body*, *úsečka dvěma body*, *úsečka dané velikosti*, *kolmice*, *rovnoběžka*, *mnohoúhelník*, *pravidelný mnohoúhelník*, *úhel*, *vzdálenost*, *středová souměrnost*, *osová souměrnost*, *rotace*.

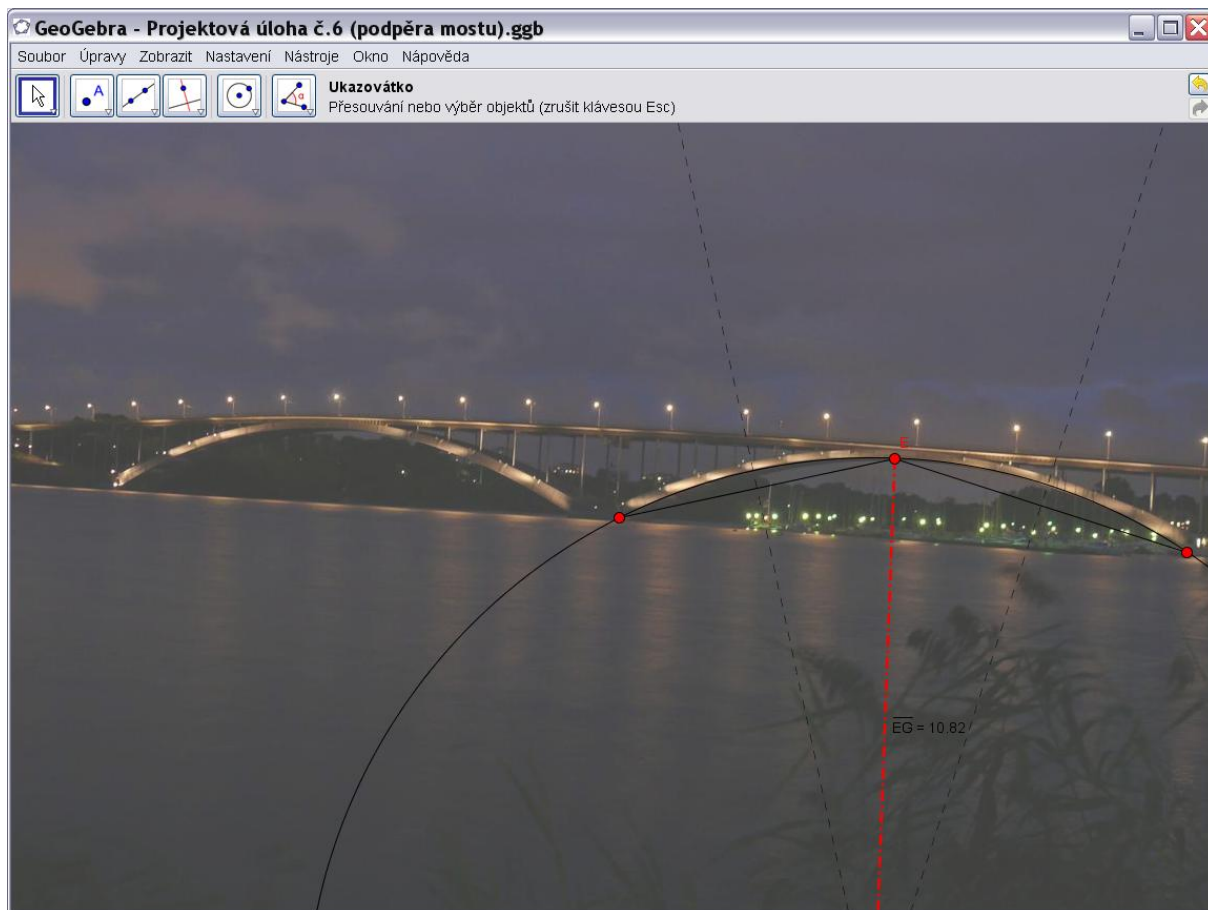


Obrázek 17

Úloha č. 6 (podpěra mostu – viz obrázek 18) – Tato úloha je zaměřena na konstrukci kružnice a určení poloměru této kružnice. K dispozici je vzorová konstrukce, která může být návodem, jak tuto úlohu řešit. Zde mohou studenti pohybovat bodem *E* a zkoumat tak změny v obrázku. Ostatní objekty jsou ukotveny. Vytvoření této kružnice, opsané nosníku mostu, by nemělo být díky nástroji *kružnice daná třemi body* příliš obtížné. To podstatné se začne dít při hledání středu této kružnice. Pokud by se to žákům nedařilo, dostanou nápovědu k použití myšlenky

kružnice opsané trojúhelníku. Vzhledem k předpokládanému zvládnutí dialogového okna *vlastnosti* bude úkolem žáků také barevné a stylové odlišení jednotlivých objektů.

Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátko*, *nový bod*, *průsečík dvou objektů*, *přímka dvěma body*, *úsečka dvěma body*, *osa úsečky*, *osa úhlu*, *kolmice*, *rovnoběžka*, *kružnice dána středem a bodem*, *kružnice dána středem a poloměrem*, *kružnice dána třemi body*, *úhel*, *vzdálenost*.

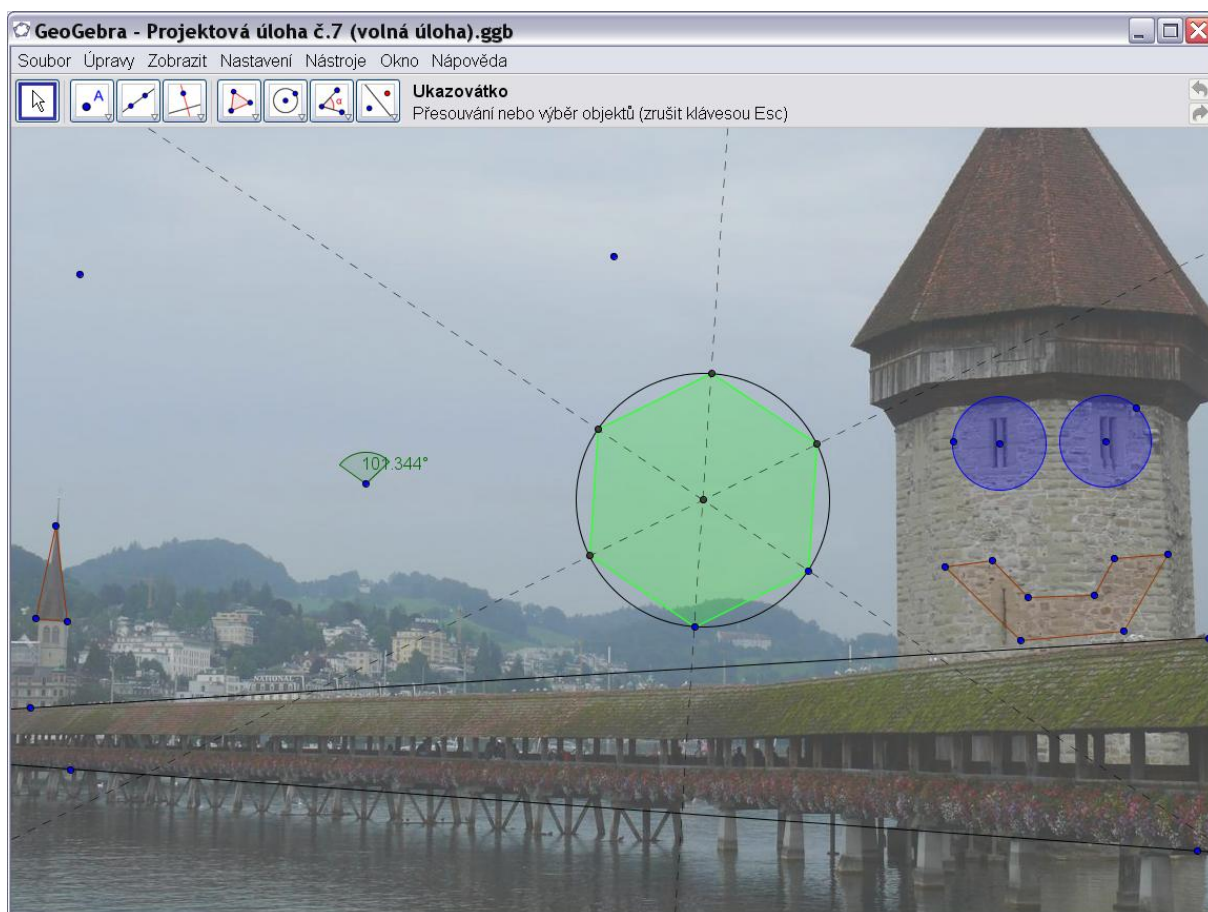


Obrázek 18

Úloha č. 7 (volná úloha – viz obrázek 19) – Tato úloha je určena k experimentování. Žáci mají k dispozici všechny doposud použité nástroje. Jejich úkolem je znovu si je vyzkoušet a měnit vlastnosti jednotlivých objektů. Doplnkovým úkolem bude vymyslet vlastní úlohu, která by nějakým způsobem patřila do geometrie. Na pracovní ploše je několik volně pohyblivých objektů, které by mohly být inspirací.

Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátko*, *nový bod*, *průsečík dvou objektů*, *přímka dvěma body*, *úsečka dvěma body*, *úsečka dané velikosti*,

kolmice, rovnoběžka, mnohoúhelník, pravidelný mnohoúhelník, úhel, vzdálenost, kružnice dána středem a bodem, kružnice dána středem a poloměrem, kružnice dána třemi body, středová souměrnost, osová souměrnost, rotace.



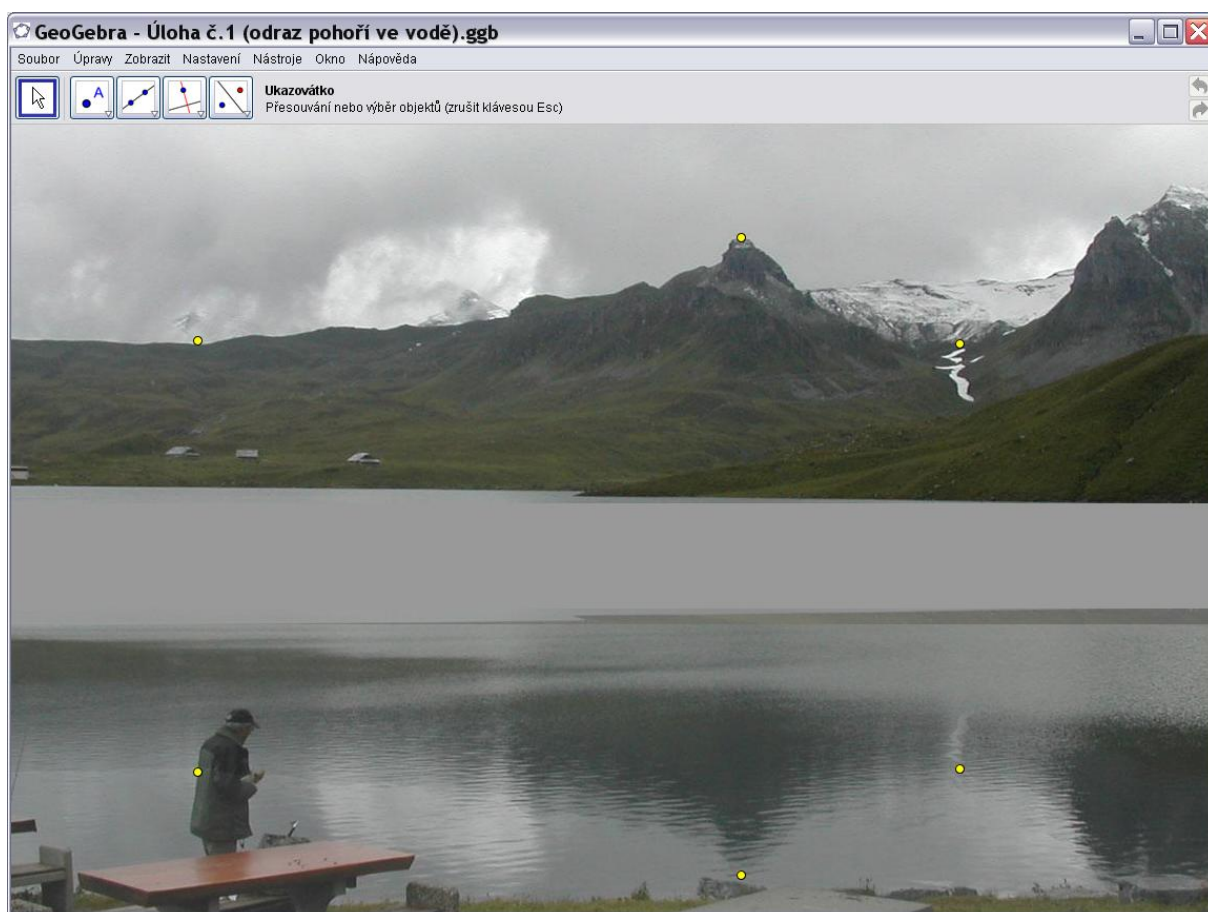
Obrázek 19

4.2.7 Další úlohy

Jak jsem již předeslal, úlohy geometrického rázu se dají najít snad na všech typech obrázků. Proto zde ukážu úlohy s fotografiemi přírody, úlohy se sportovními fotografiemi a také úlohy s fotografiemi, kde by člověk geometrickou úlohu asi nikdy nečekal. Tyto úlohy jsem ve svém výukovém experimentu nepoužil.

Úloha č. 8 (odraz pohoří ve vodě – viz obrázek 20) – Tato úloha je zaměřena na hledání osy souměrnosti. Obrázek je rozdělen do dvou částí, reálný horský masiv a jeho obraz ve vodě. Každá z těchto částí má pomocí několika bodů vyznačené hlavní prvky, části horského masivu, podle nichž by se dalo poznat, kde se osa souměrnosti nachází. Ve chvíli, kdy žáci osu objeví, mají za úkol nalézt na obrázku několik dalších bodů, osovou souměrností je zobrazit a ověřit tak správnost své konstrukce.

Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátko, nový bod, průsečík dvou objektů, střed, přímka dvěma body, úsečka dvěma body, kolmice, rovnoběžka, osová souměrnost a středová souměrnost*.

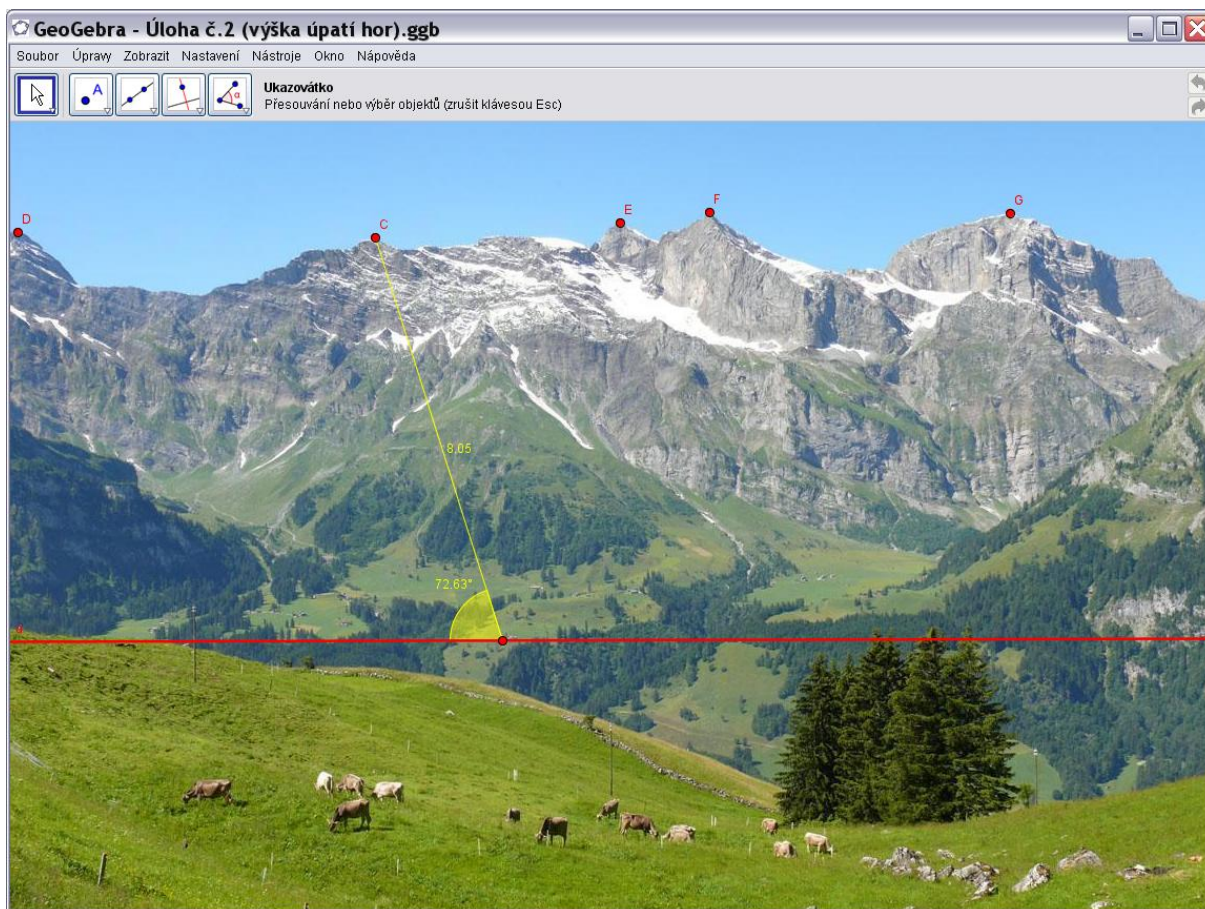


Obrázek 20

Úloha č. 9 (výška úpatí hor – viz obrázek 21) – Tato úloha je zaměřena na určování vzdálenosti bodu od přímky. Na obrázku je zkonstruováno pět bodů, v tomto případě pět úpatí hor, a přímka²⁷, od níž se vzdálenost měří. Žáci mají za úkol nejprve odhadnout seřazení vzdáleností bodů od přímky od největší po nejmenší. Následně pak mají toto tvrzení dokázat, tedy najít tu nejkratší vzdálenost od úpatí hory k přímce, od které vzdálenost měříme. Na pracovní ploše mohou žáci experimentovat s jedním předem připraveným ukázkovým příkladem, na kterém si mohou sami vyzkoušet, jakým způsobem se mění vzdálenost mezi úpatím a libovolným bodem na přímce při jeho tažení.

²⁷ Tato přímka je pohyblivá (beze změny směrového vektoru) a sami žáci si ji mohou nastavit do pozice, jakou chtějí.

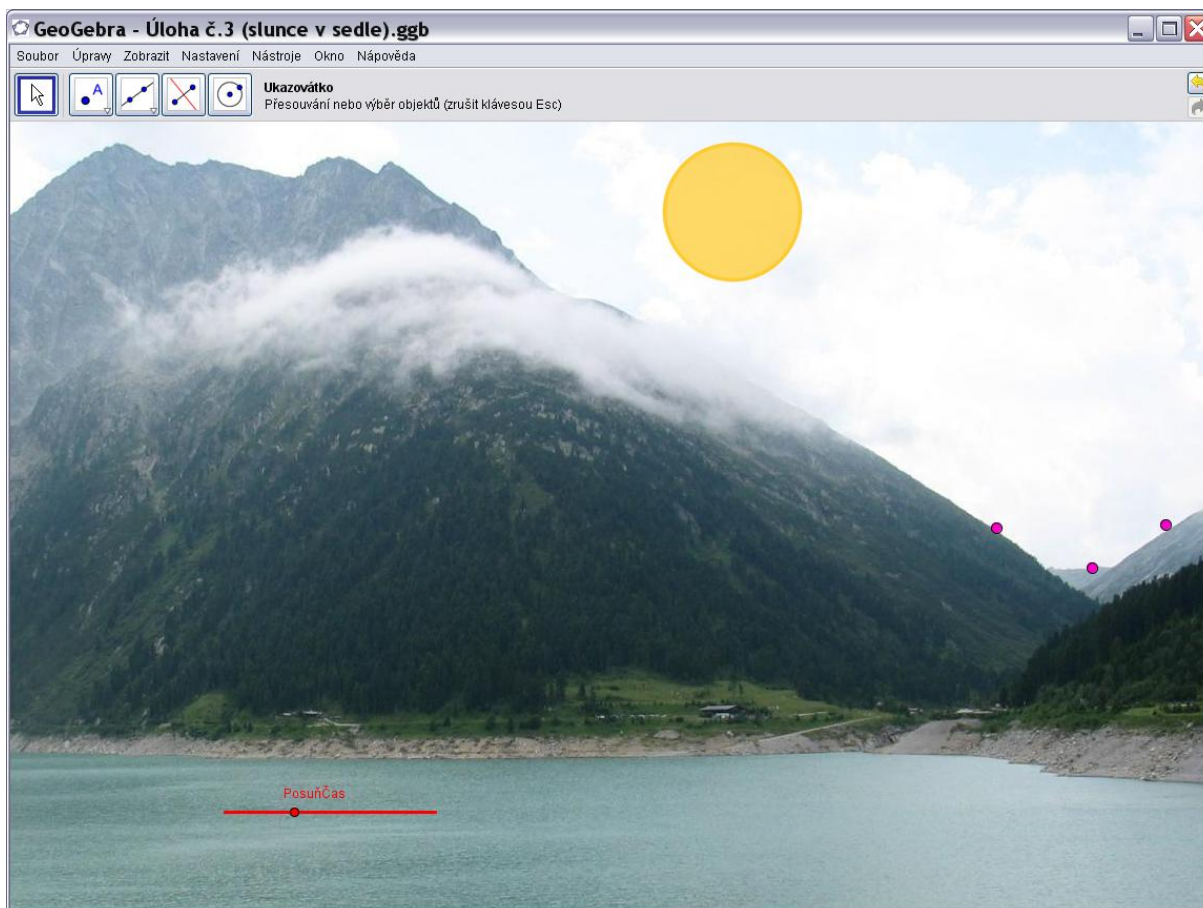
Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátko, nový bod, průsečík dvou objektů, střed, přímka dvěma body, úsečka dvěma body, kolmice, rovnoběžka, osa úsečky, vzdálenost a úhel*.



Obrázek 21

Úloha č. 10 (slunce v sedle – viz obrázek 22) – Tato úloha je zaměřena na konstrukci kružnice opsané třem bodům. Na obrázku jsou zobrazeny tři body a slunce, které těchto tří bodů v určitém čase dosáhne. Úkolem žáků je zkonstruovat pohyb slunce (kružnici opsanou třem bodům). Na pracovní ploše je taktéž posuvník, pojmenován „Posuň čas“, který mění denní dobu a pohybuje tak sluncem. Žáci si tedy mohou vyzkoušet, jak bude požadovaná kružnice ve výsledku vypadat.

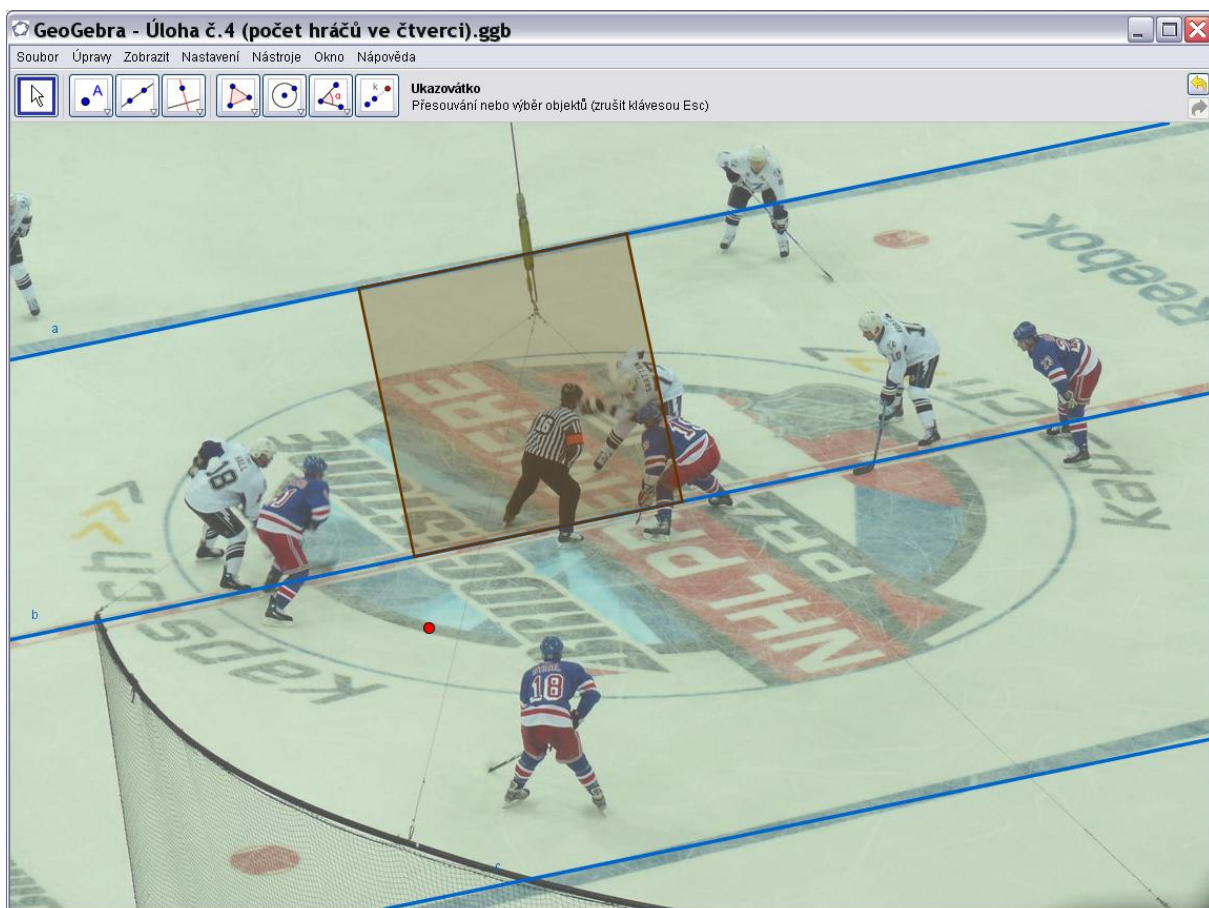
Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátko, nový bod, průsečík dvou objektů, střed, přímka dvěma body, úsečka dvěma body, osa úsečky, kružnice daná středem a bodem*.



Obrázek 22

Úloha č. 11 (počet hráčů ve čtverci – viz obrázek 23) – Tato úloha je zaměřena na konstrukci čtverce, jehož vrcholy leží na rovnoběžných přímkách. Na obrázku jsou tři rovnoběžné přímky. Jedna na červené čáře hokejového hřiště a dvě na jeho modrých čarách. Žáci mohou experimentovat a volně táhnout se čtvercem, který je zkonstruován mezi jednou z modrých čar a čarou červenou. Jejich úkolem je nejprve zjistit, kolik hráčů stojících na hřišti může tento čtverec maximálně pojmout. Následně mají za úkol vytvořit svůj vlastní čtverec s vrcholy na obou modrých čarách a uvést, kolik hokejistů se do něj maximálně vejde.

Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátka, nový bod, průsečík dvou objektů, střed, přímka dvěma body, úsečka dvěma body, rovnoběžka, kolmice, mnohoúhelník, pravidelný mnohoúhelník, kružnice daná středem a bodem, úhel, úhel dané velikosti a vzdálenost.*



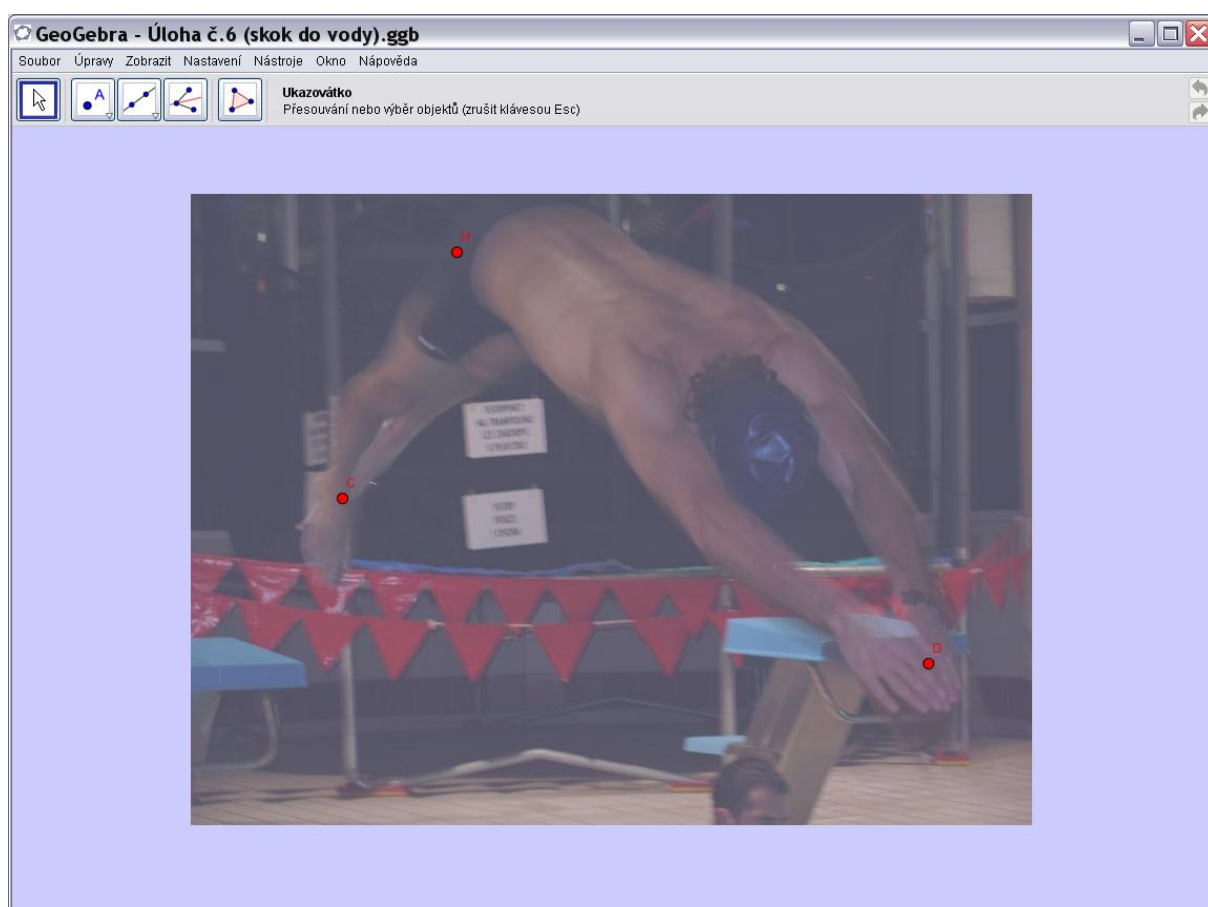
Obrázek 23



Obrázek 24

Úloha č. 12 (nejlepší výhled – viz obrázek 24) – Tato úloha se zaměřuje na sestrojení úhlu, pod kterým je vidět úsečka. Na obrázku je rozmístěno několik bodů (diváků), kteří sledují závod. Úkolem žáků je rozhodnout, který z diváků má nejlepší výhled na závod, pokud pro nás nejlepší výhled znamená největší úhel, pod kterým divák dokáže pozorovat všechny závodnice najednou. Nejprve mají výsledek odhadnout a následně tento odhad potvrdit. K odhadu jim může posloužit předem připravená konstrukce, díky níž se může jeden z diváků pohybovat a měnit tak úhel, pod kterým vidí závodnice.

Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátko, nový bod, průsečík dvou objektů, střed, přímka dvěma body, úsečka dvěma body a úhel*.



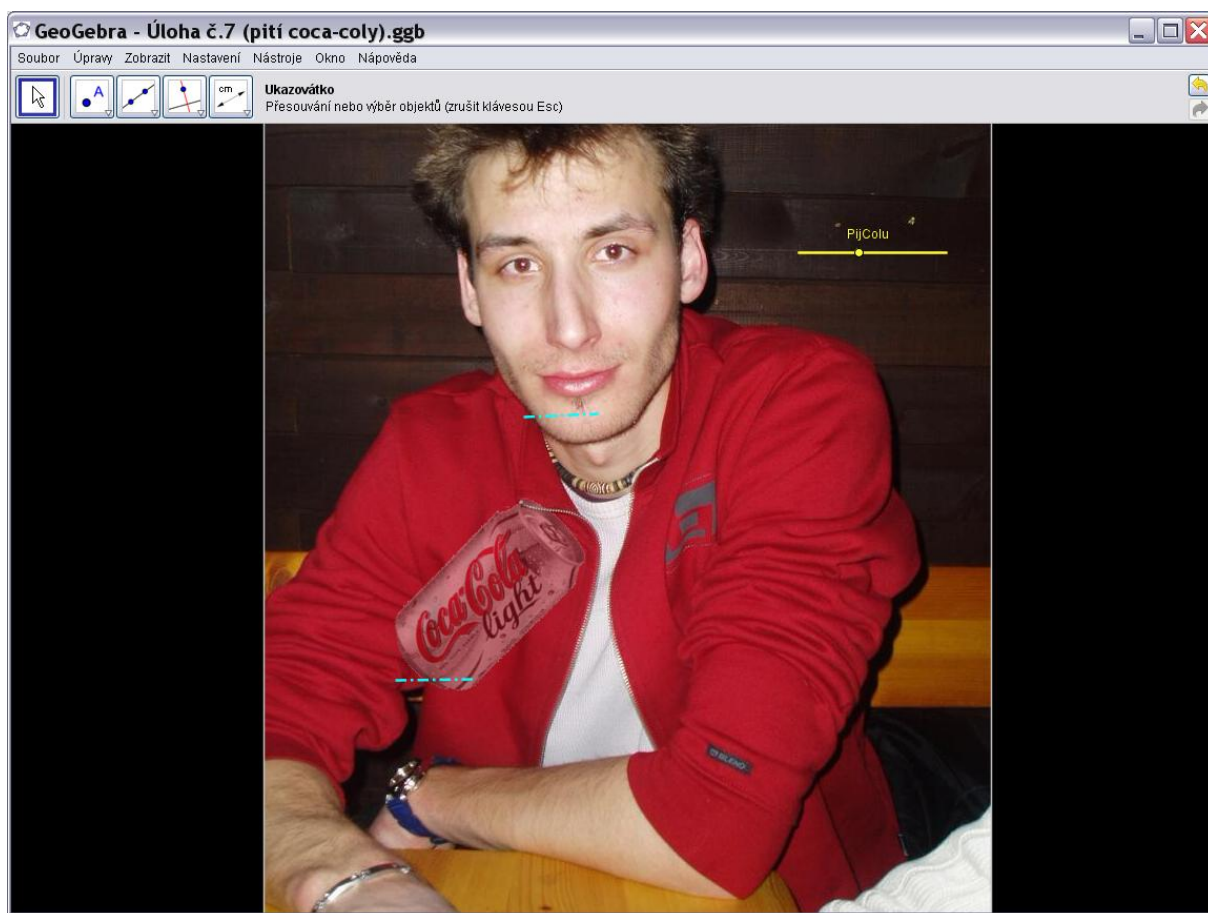
Obrázek 25

Úloha č. 13 (skok do vody – viz obrázek 25) – Tato úloha je zaměřena na vytvoření os úhlů. Na obrázku se nachází skokan do vody, na němž jsou vyznačeny stěžejní body, jejichž poloha je důležitá při skoku do vody (nárty, kyčle a dlaně). Úkolem žáka je zjistit, zda je plavec v ideálním postavení, pokud ví, že kolena by měla ležet na ose úhlu HDC a ramena by měla ležet na ose úhlu HCD .

Po vytvoření těchto os si mohou žáci zkusit nastavit body do polohy, ve které by měl závodník v ideálním případě být.

Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátko*, *nový bod*, *průsečík dvou objektů*, *přímka dvěma body*, *úsečka dvěma body*, *osa úhlu* a *mnohoúhelník*.

Úloha č. 14 (pití Coca-Coly – viz obrázek 26) – Tato úloha vznikla jako demonstrace toho, že geometrická úloha se dá nalézt skutečně všude. Na obrázku je člověk a dodatečně přidáný obrázek Coca-Coly. Tažením bodu na posuvníku se Coca-Cola přesune do pozice, kdy může člověk pít. Úkolem by mohlo být nalézt délku vektoru, o který musí být plechovka posunuta, aby se z ní dalo napít. Zároveň pak může být nalezena velikost úhlu, o který musí být otočena, aby tekutina tekla přímo do úst.

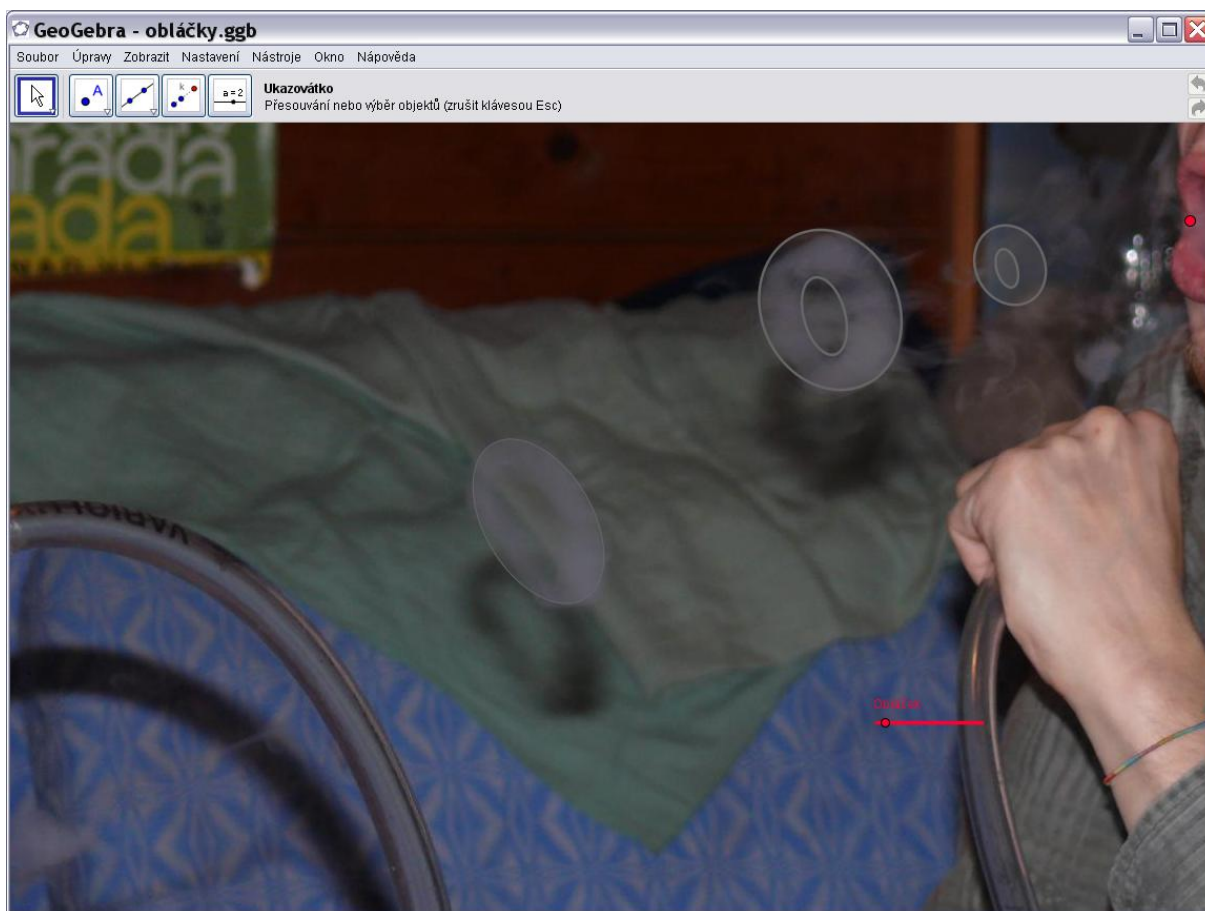


Obrázek 26

Úloha č. 15 (obláčky – viz obrázek 27) – Tato úloha je zaměřena na využití nástroje stejnoolehlost. Žák může na obrázku vidět dva obláčky dýmu, které jsou zvýrazněny, a posuvník označený jako *Obláček*. Pohybem tohoto posuvníku se postupně ukazuje celá trajektorie pohybu jednoho z obláčků od chvíle, kdy opustí

ústa, po okamžik, kdy se rozplyne. Úkolem žáka je vytvořit pomocí nástroje *Stejnolehlost* alespoň tři obláčky z trajektorie druhého z obláčků. Pokud by byli žáci úspěšní, mohou se pokusit sestrojít posuvník a s jeho pomocí ukázat celou trajektorii druhého z obláčků.

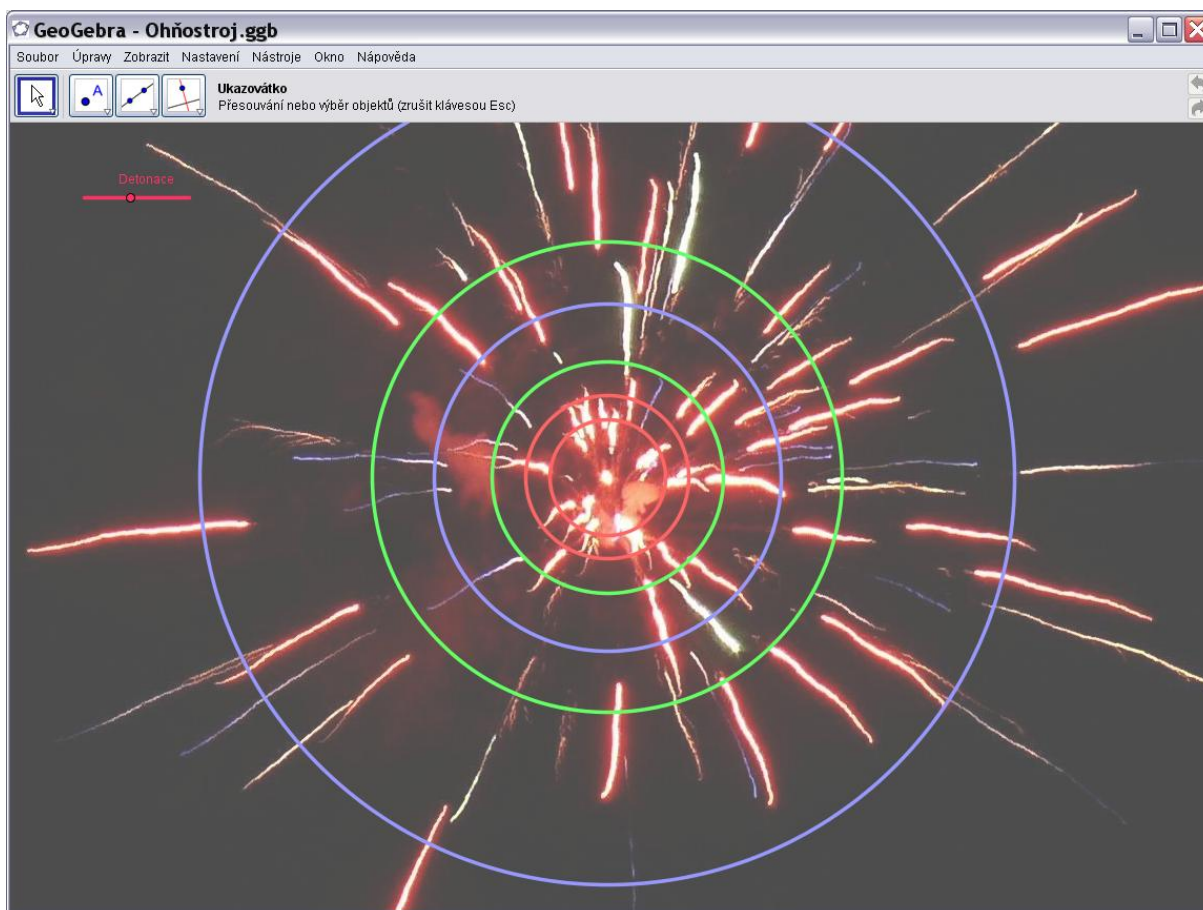
Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátko*, *nový bod*, *průsečík dvou objektů*, *střed*, *přímka dvěma body*, *úsečka dvěma body*, *stejnolehlost*, *posuvník*.



Obrázek 27

Úloha č. 16 (ohňostroj – viz obrázek 28) – Tato úloha je zaměřena na konstrukci středu kružnice. Na pracovní ploše je vidět několik kružnic, které znázorňují detonaci rachejtle, a také posuvník, při jehož pohybu se vizuální stránka této detonace dotváří. Úkolem žáka je najít střed všech kružnic, které se na obrázku nacházejí, a rozhodnout tak, zda jsou tyto kružnice soustředné či nikoliv. Při následném pohybu posuvníkem je krásně vidět, jak se všechny konstrukce dynamicky mění.

Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátko, nový bod, průsečík dvou objektů, přímka dvěma body, úsečka dvěma body, osa úsečky, mnohoúhelník, kolmice, rovnoběžka*.



Obrázek 28

Úloha č. 17 (stavby z písku – viz obrázek 29) – Tato úloha je zaměřena na použití dialogového okna *Vlastnosti*. Není v podstatě vázána žádnými pokyny, žáci mají jednoduše za úkol nalézt objekty, kterým by mohli změnit formát a následně vytvořit podobné, své vlastní objekty. Požadováno po nich bude experimentování a zapojení vlastní fantazie. Hlavním motivem této úlohy je obrázek antického chrámu, který je postaven z písku, a proto je jednobarevný. Je na žácích, aby jej rozzářili a udělali co nejvíce barevný.²⁸

Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátko, nový bod, průsečík dvou objektů, střed, přímka dvěma body, úsečka dvěma body, osa úhlu, osa úsečky, kolmice, rovnoběžka, mnohoúhelník, kružnice daná dvěma body*.

²⁸ Podobně se dá pracovat s jakýmkoliv černobílým obrázkem.

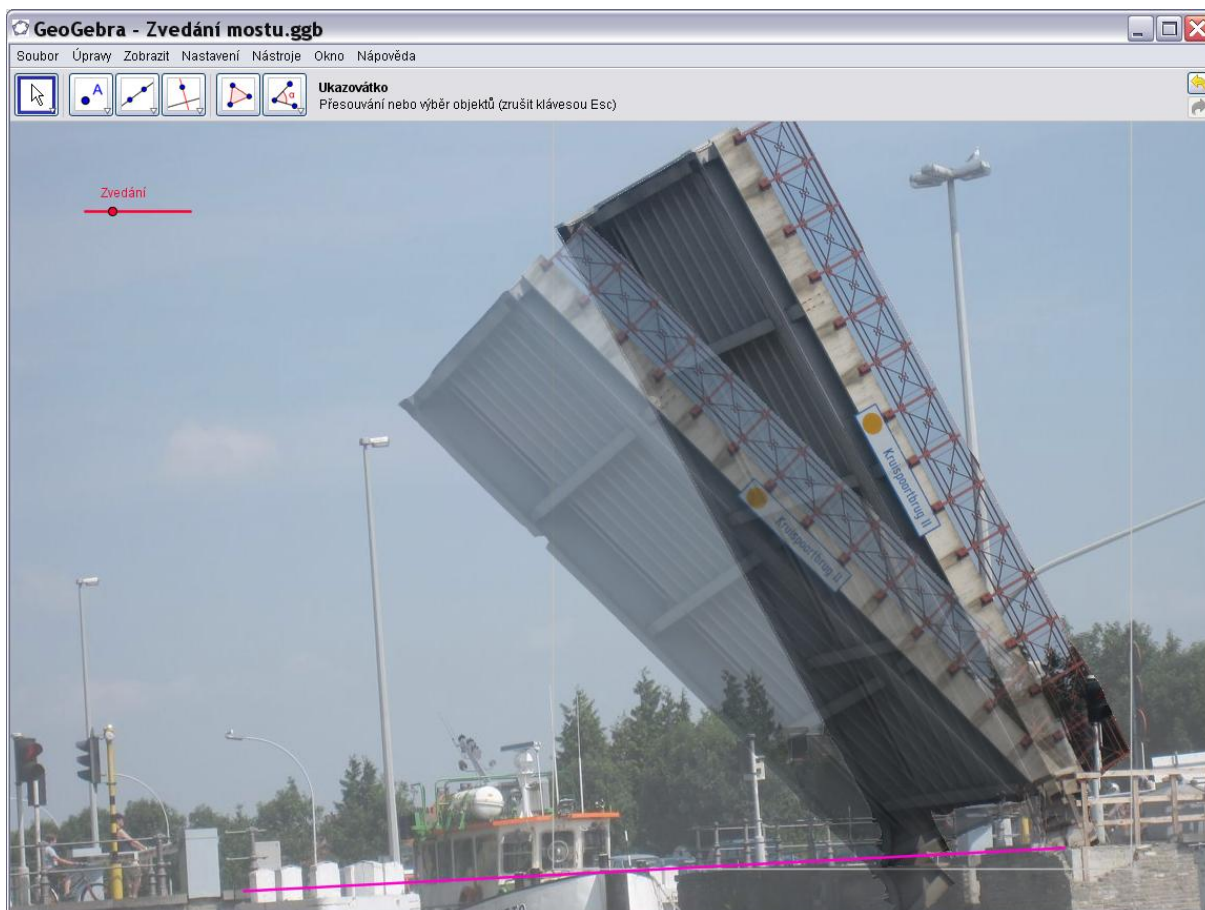


Obrázek 29

Úloha č. 18 (Zvedání mostu – viz obrázek 30) – Tato úloha je zaměřena na zjišťování velikosti úhlu. Na pracovní ploše se nachází vodní kanál, ve kterém se snaží proplout loď pod mostem. Proto, aby byla úspěšná, se musí tento most zdvihnout. To umožňuje posuvník pojmenovaný *Zvedání*. Úkolem žáka je zjistit úhel, o který se musí mostní konstrukce zdvihnout, aby mohla loď klidně proplout. Zároveň je jeho úkolem najít vzdálenost středu mostní konstrukce od původní pozice a odhadnout tak, jaká nejvyšší loď by tudy mohla proplout (budeme-li uvažovat měřítko 1:100).

Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátka*, *nový bod*, *průsečík dvou objektů*, *střed*, *přímka dvěma body*, *úsečka dvěma body*, *kolmice*, *rovnoběžka*, *mnohoúhelník*, *úhel*, *úhel dané velikost*, *vzdálenost*.

Úloha č. 19 (balík slámy – viz obrázek 12) – Tato úloha byla detailně popsána v odstavci 4.2 – *Příprava úloh*.



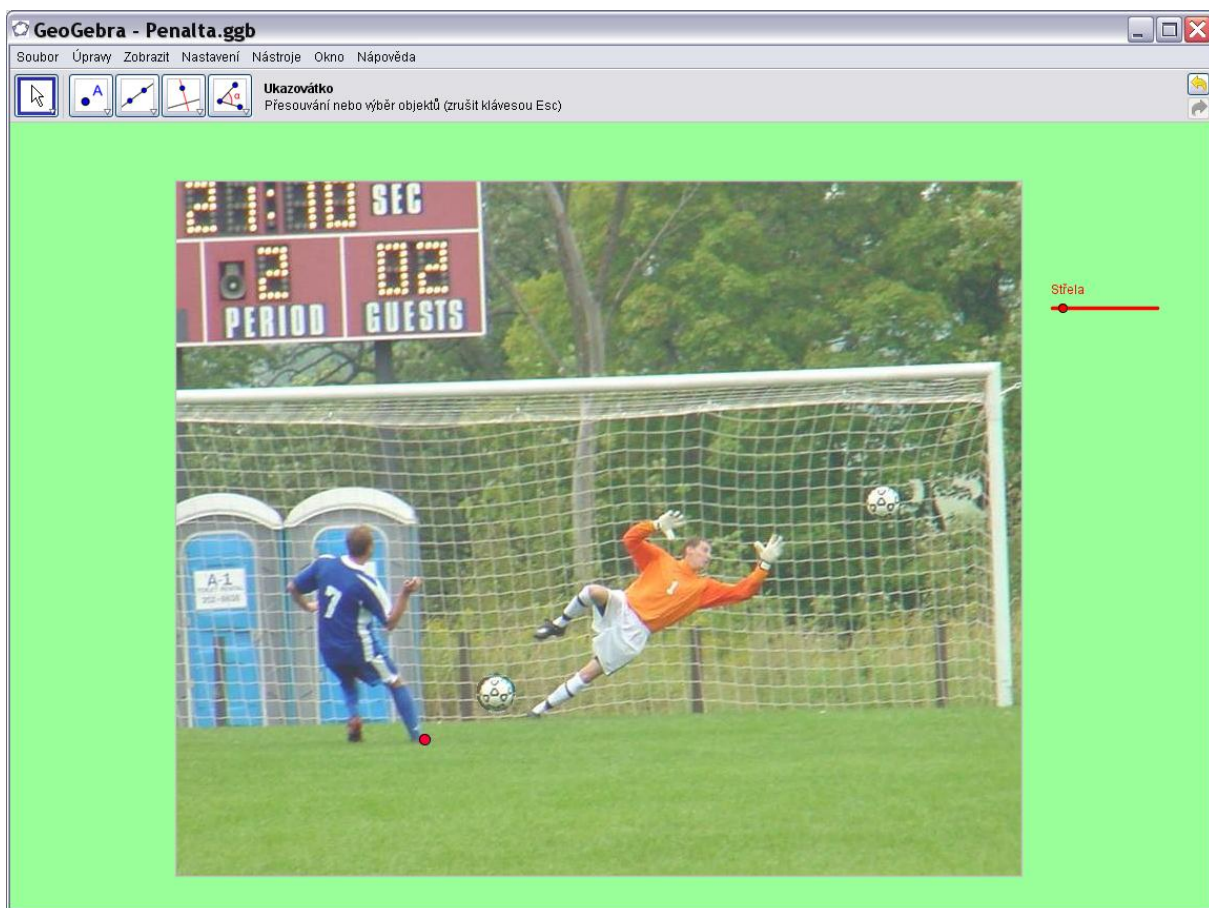
Obrázek 30

Úloha č. 20 (penalta – viz obrázek 31) – Tato úloha je zaměřena na otočení a práci s úhly. Je spíše pro chlapce a jejich úkolem je zjistit, pod jakým úhlem vypustil fotbalista svou střelu na bránu, a následně použít nástroj *Otočení* tak, aby šla střela po zemi k tyči.

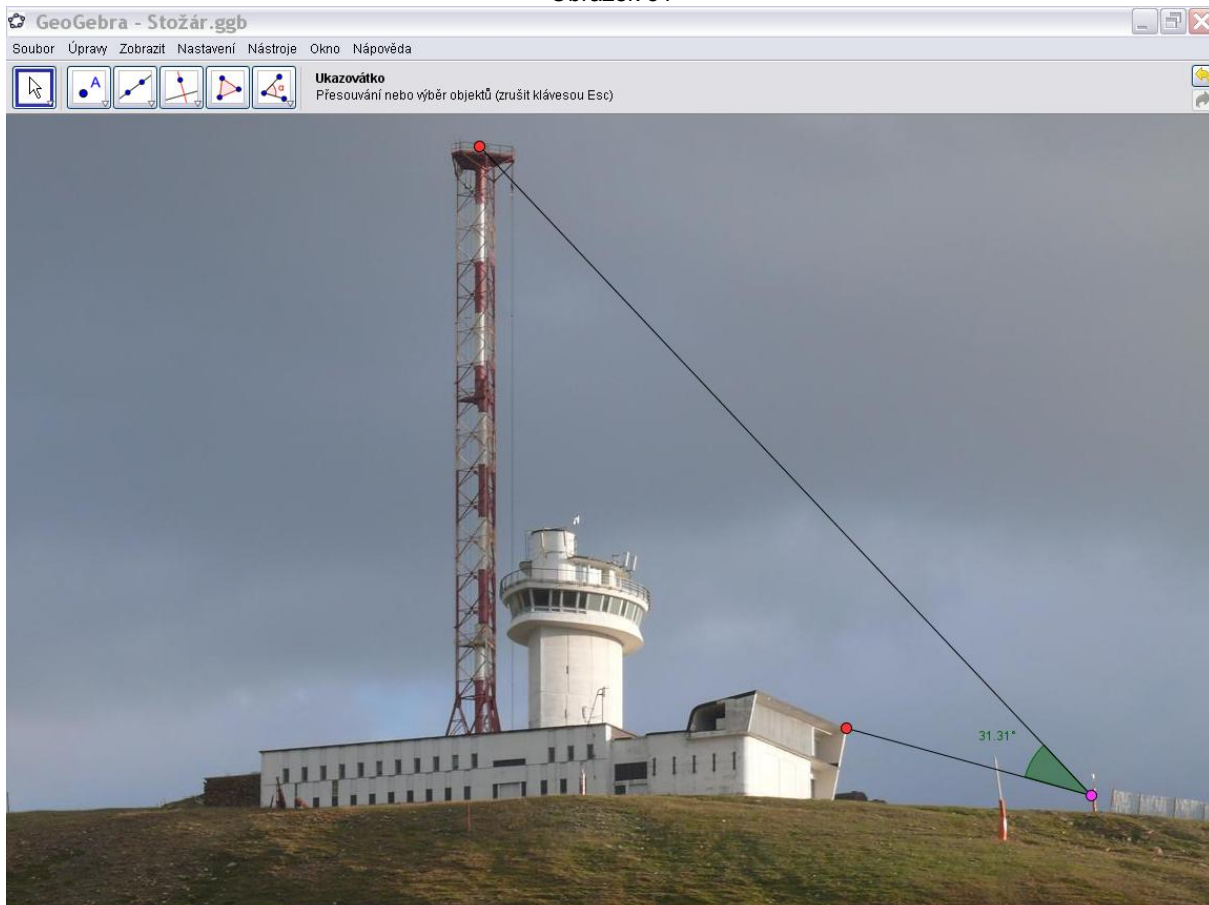
Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici – *ukazovátko*, *nový bod*, *průsečík dvou objektů*, *přímka dvěma body*, *úsečka dvěma body*, *kolmice*, *úhel*, *vzdálenost*, *otočení kolem bodu o úhel*.

Úloha č. 21 (stožár – viz obrázek 32) – Tato úloha je zaměřena na zjišťování velikosti části stožáru, kterou pozorovatel vidí. Úkolem žáka je zjistit, v jaký okamžik vidí pozorovatel přesně dva metry stožáru (uvažujeme-li měřítko 1:100). Na pracovní ploše jsou k dispozici dvě ramena úhlu, který znázorňuje pohled pozorovatele.

Nástroje, které jsou v této úloze k dispozici: *ukazovátko*, *nový bod*, *průsečík dvou objektů*, *přímka dvěma body*, *úsečka dvěma body*, *kolmice*, *rovnoběžka*, *úhel*, *vzdálenost*.



Obrázek 31



Obrázek 32

4.3 Výukový experiment

Výukový experiment jsem provedl na Obchodní Akademii Holešovice v Praze 7 v rámci dvou hodin počítačů. Cílovou skupinou se mi stali žáci prvního ročníku, tedy ve věku 15 až 16 let. Vzhledem k tomu, že část třídy odjela na výběrový lyžařský kurz, připojila se ke zbytku třídy druhá paralelní třída a celkový počet žáků, kteří se zapojili do práce, byl 16. Nikdo z 16 žáků o dynamické geometrii, ať už mluvíme o kterémkoliv programu, nikdy neslyšel, a proto byla tato skupina pro můj experiment vyhovující.

4.3.1 Přípravná fáze

Neponechal jsem nic náhodě, a aby z technického hlediska vše probíhalo tak, jak má, všechny počítače jsem několik dnů dopředu vybavil nejnovější verzí programu GeoGebra a následně pak na místní server, ke kterému mají žáci volný přístup, uložil úlohy vytvořené pro experiment.

Vzhledem k tomu, že úlohy byly tvořeny v rozlišení 1 152 x 864 bodů, musel jsem takto nastavit také školní počítače pomocí vlastností ve Windows. V opačném případě by velikostně naprosto neodpovídaly a nedalo by se s nimi pracovat.

Pro každého žáka jsem vytvořil pracovní listy k jednotlivým úlohám, které zahrnovaly nejen popis těchto úloh, ale také uvedení do úlohy prostřednictvím části příběhu a vysvětlení nástrojů, které v dané úloze mohou žáci použít.²⁹

4.3.2 Sběr dat

Výukovému experimentu jsem měl být přítomen jen já, plánoval jsem psát si terénní poznámky z pozorování. Ovšem bylo jasné, že sám nestihnu postihnout všechny aspekty práce, proto jsem pro lepší zmapování situace ve třídě nahrával první hodinu na videokameru a druhou hodinu za pomoci programu Camtasia studio 3.

Kamera se zaměřovala na dva počítače, potažmo žáky, a měla zachytit práci jednoho z nich, jehož monitor sledovala z takové blízkosti, aby byly všechny jeho

²⁹ Pracovní listy jsou k dispozici v příloze C.

kroky zřetelně vidět. Zároveň také umožňovala zkoumání vzájemné komunikace a interakce obou žáků.

Program Camtasia studio 3 umožňuje snímat pracovní plochu a vše, co se na ní děje. Pokud je k počítači připojena také web kamera a mikrofon, může snímat i výraz žáka a jeho případný slovní doprovod. Vzhledem k různým přístupovým omezením, které ve škole na počítačích žáci mají, jsem jej musel použít na vlastním notebooku, který sloužil jako počítačový „case“, k němuž se připojí veškeré příslušenství.

4.3.2.1 Průběh hodiny

Žáci se od samého počátku zdáli být zvědaví, co se v hodině bude dít. Stále se mě na něco vyptávali a určitě byli i malinko nervózní z kamery a zařízení na nahrávání obrazovky. V podobné situaci, kdy by na nich někdo něco zkoušel, se ocitli poprvé.

Na úvod hodiny jsem jim vysvětlil vše, čím se zabývám a jak bych si asi chod obou hodin představoval. Nakonec jsem se těch studentů, kterých se to týkalo, zeptal, zda jim nebude vadit, natočím-li si je pro vlastní potřeby na kameru. To pro nikoho nebyl problém a mohli jsme tedy začít pracovat.

V následujícím odstavci popíši podrobně práci dvou žáků, na něž se zaměřovala kamera. Uvedu vždy, k jaké minutě se popis vztahuje, a doplním jej svým komentářem. Ten pro lepší rozlišení napíši kurzívou. Podobně v dalším odstavci popíši práci zachycenou pomocí programu Camtasia. Práci celé třídy uvedu následně.

4.3.2.2 Význačné momenty zachycené na kameru³⁰

2:22 – Úvod do programu a do celého příběhu. Kamera je nastavena na jednu žákyni, řekněme jí třeba Radka, a vedle ní sedícího spolužáka, kterému budu říkat Petr. Hodina začíná o něco později, protože se musely spojit dvě třídy.

4:48 – Třída začíná pracovat na první úloze.

6:30 – Ačkoliv jsem byl ubezpečen, že žáci umí pracovat se serverem, na kterém mají úlohy uloženy, raději jsem jejich adresu napsal i na tabuli, Radka si očividně neví rady, a proto jí Petr pomáhá.

³⁰ Od školy jsem získal souhlas s natáčením pro potřeby diplomové práce.

8:40 – Radka bez problémů dokončuje první úlohu.

10:03 – *Za velmi pozitivní fakt považuji skutečnost, že ačkoliv Radka často neví, jak by měla přesně postupovat, pokouší se s různými objekty pohybovat a případně i tvořit nějaké vlastní.*

11:33 – Radka dává spolužačce po své pravici (říkejme jí Katka) najevo, že druhou úlohu nechápe. (Úloha se týká n -úhelníků.)

17:20 – Rozhodl jsem se, že žákům předvedu druhou úlohu na svém počítači a promítnu ji na jejich obrazovkách. *Původně jsem to neměl v plánu z toho důvodu, aby žáci sami experimentovali, ale s ohledem na jejich tápání jsem neměl jinou možnost.*

21:13 – Radka dále konzultuje úlohu se svým spolužákem. *Domnívám se, že pokud učitel vysvětlí úlohu a žák ji nechápe, mnohdy ji potřebuje vysvětlit od svého vrstevníka vlastními slovy. Ačkoliv se mi mé zadání zdá velice jednoduché, je vidět, že lépe jej pochopila od kamaráda. Proto si také myslím, že v některých fázích je výhodné nechat třídu pracovat ve dvojicích.*

21:42 – Petr Radku upozorňuje na další nástroje, které si může v nabídce vybrat.

22:34 – *Z reakcí na jednotlivé úlohy jsem došel k závěru, že matematika není zrovna oblíbeným předmětem sledované žáčky. Výroky jako „ježišmarja“ na třetí úlohu hovoří za vše.*

23:26 – Zdárně dokončuje třetí úlohu, která se týká práce s n -úhelníky.

26:53 – Radka po mé radě pohybuje s bodem U (viz obrázek 16), a mění tak velikosti k němu příslušných vrcholových úhlů.

29:48 – Vzhledem k tomu, že se sledované žačce náhle spustila krev z nosu, přesunul jsem pozornost na její sousedku, Katku.

34:36 – Po sérii neúspěšných pokusů o sestavení n -úhelníka u úlohy 3 se Katka raději ptá, jak v úloze pokračovat. Ukazuji jí, jakým způsobem se n -úhelník sestavuje a následně je již sama od sebe schopna tuto část úlohy vyřešit. Dokonce nejprve vytváří nekonvexní n -úhelník, který změnou polohy dvou bodů mění na konvexní. *Tímto tedy využívá hlavní výhodu dynamické geometrie.*

39:05 – Při pokusech o vyřešení druhé části úlohy, té s vrcholovými úhly, Katka raději čeká na konec hodiny, kdy program zavírá.

Z nahrávky bylo patrné, že při podobné práci spolu žáci komunikují a navzájem si pomáhají.

4.3.2.3 Význačné momenty zachycené programem Camtasia

Snímání obrazovky žákyně Lucie začíná úlohou 4 tedy větrným mlýnem.

3:18 – Začátek hodiny i práce s programem.

6:05 – Samotný začátek řešení úlohy po přečtení zadání. Během prvních pokusů se Lucie snaží o práci jen za pomoci ukazovátka. Samozřejmě neúspěšně.

7:05 – Lucie prošla všemi nástroji a logicky se zastavila u rolety zobrazení. Na úvod vybrala nástroj *Osová souměrnost*.

7:29 – Došlo jí, že pokud nemá k dispozici osu, mlýnské kolo těžko zobrazí. Vybrala tedy nástroj *Středová souměrnost*. Lucie se snaží označit objekt tažením myši. *Možná by bylo vhodné v pracovním listu psát „označení kliknutím na objekt“ namísto prostého „označení“.*

8:08 – Mění nástroj na *Otočení* a následně po přečtení instrukcí poprvé úspěšně využívá jeden z nástrojů zobrazení. Objekt otáčí pro mě nepochopitelně o 360°, ale alespoň již přišla na způsob, jakým tak učinit.

Lucii do značné míry mate skutečnost, že má dva shodné, překrývající se objekty, které získala předchozím otočením. Program se jí samozřejmě stále ptá, který z nich chce vybrat.

10:34 – Znovu se jí podařilo zobrazit mlýnské kolo, tentokrát zvolila otočení o 150°, a to postupně jak po směru, tak i proti směru hodinových ručiček. *Pozitivní je, že toto otočení je alespoň na první pohled vidět, a Lucie tedy může odhadnout, o kolik menší či větší hodnotu by měla zvolit.*

11:57 – Vytvořila dvě lopatky mlýnského kola tak, jak by měly být, a to pomocí zaškrtávacího pole, v jakém směru má rotace proběhnout. *Vzhledem k tomu, že jsou na obrazovce překrývající se obrázky „Těla mlýna“ a jeho lopatky, stálo by zato je názorně pojmenovat, aby se výrazy *pic1* a *pic2* nepletly. To dokumentuje žákyně v čase 14:50, kdy namísto zobrazení poslední lopatky pomocí středové souměrnosti raději ruší operaci. Neví totiž, který ze vzorů vybrat.*

16:43 – V tuto chvíli Lucie úspěšně dokončuje kompletní mlýnské kolo a začíná pracovat na druhém, shodném mlýnu.

17:30 – Úspěšně se dostává až k vytvoření „shodného mlýna“ pomocí nástroje *Osová souměrnost*. Jistě označila nástroj a zobrazila mlýn pomocí předem připravené osy.

19:29 – Dokončuje úlohu.

21:47 – Lucie začíná pracovat na úloze 5 – dialogové okno vlastnosti a tvorba vlajky.

22:30 – Hledá dialogové okno vlastnosti a otevírá jej. Dokonce jiným způsobem, než který je popsán na pracovním listu (přes panel úpravy).

23:56 – Experimentálně postupně zjišťuje, jakým způsobem se mění velikost bodu.

24:50 – *Základním problémem je, že se žačka snaží vytvořit vlajku na té, která je tam pouze na ukázkou. Ne že by to nebylo možné, ale je to o dost složitější, než si vytvořit na volné ploše svou vlastní.*

26:04 – Změnila nastavení barvy jednoho pruhu vlajky (tedy mnohoúhelníka).

26:17 – *Tím, že klikala na jednotlivé mnohoúhelníky, dle mého názoru zjistila, že může formátovat každý zvlášť. Možná by bylo vhodnější pojmenovat mnohoúhelníky českým názvem oproti automatickému názvu polygon (pol1, pol2, atd.) Pro Lucii by to mohlo být více názorné a ne tolik matoucí. Případně by ji to zavedlo k myšlence vytvořit vlastní mnohoúhelník.*

26:41 – Označením všech mnohoúhelníků změnila výplň. Je jasné, že takto pracuje se všemi najednou. Vyzkoušela si také styl a tloušťku čáry. Následně sice vytvořila schéma naší vlajky, ale jen za pomoci úseček, které v tomto programu netvoří formátovatelný n -úhelník, jehož výplň by se dala měnit.

29:27 – Na základě mé rady, tedy že měnit výplň jde pouze u mnohoúhelníka, došla Lucie k závěru, že užití vlastního mnohoúhelníka se nevyhne.

30:15 – *Zajímavé je, že po vytvoření bodu na místě, které Lucii nevyhovuje, ho namísto posunutí vymazala a vytvořila znovu. N-úhelník pak znovu tvoří jen za pomoci úseček.*

32:08 – Sama zjistila, že bude muset využít nástroje Mnohoúhelník. Výplň mnohoúhelníku pak znovu konstruuje pomocí úseček.

34:00 – Klikáním na nový objekt se stále snaží měnit jeho formát. Zatím si ale neuvědomuje, že by potřebovala vytvořit alespoň dva další n -úhelníky. K tomu se dostává v čase 35:08.

36:39 – Chce změnit formát trojúhelníka, ale protože je pod ním ještě čtverec, program se jí ptá, který z objektů chce vybrat. Lucii to očividně mate. Za pomoci možnosti úpravy však přeci jen proniká do dialogového okna Vlastnosti.

Nakonec jí ukazují, jak vybrat objekt, který chce upravovat. *I když podle záznamu se domnívám, že by na to nakonec přišla sama.*

V čase 39:11 nakonec úlohu úspěšně dokončuje. Pro ilustraci přikládám obrázek 33, na kterém je patrné, co vše program Camtasia zachycuje.

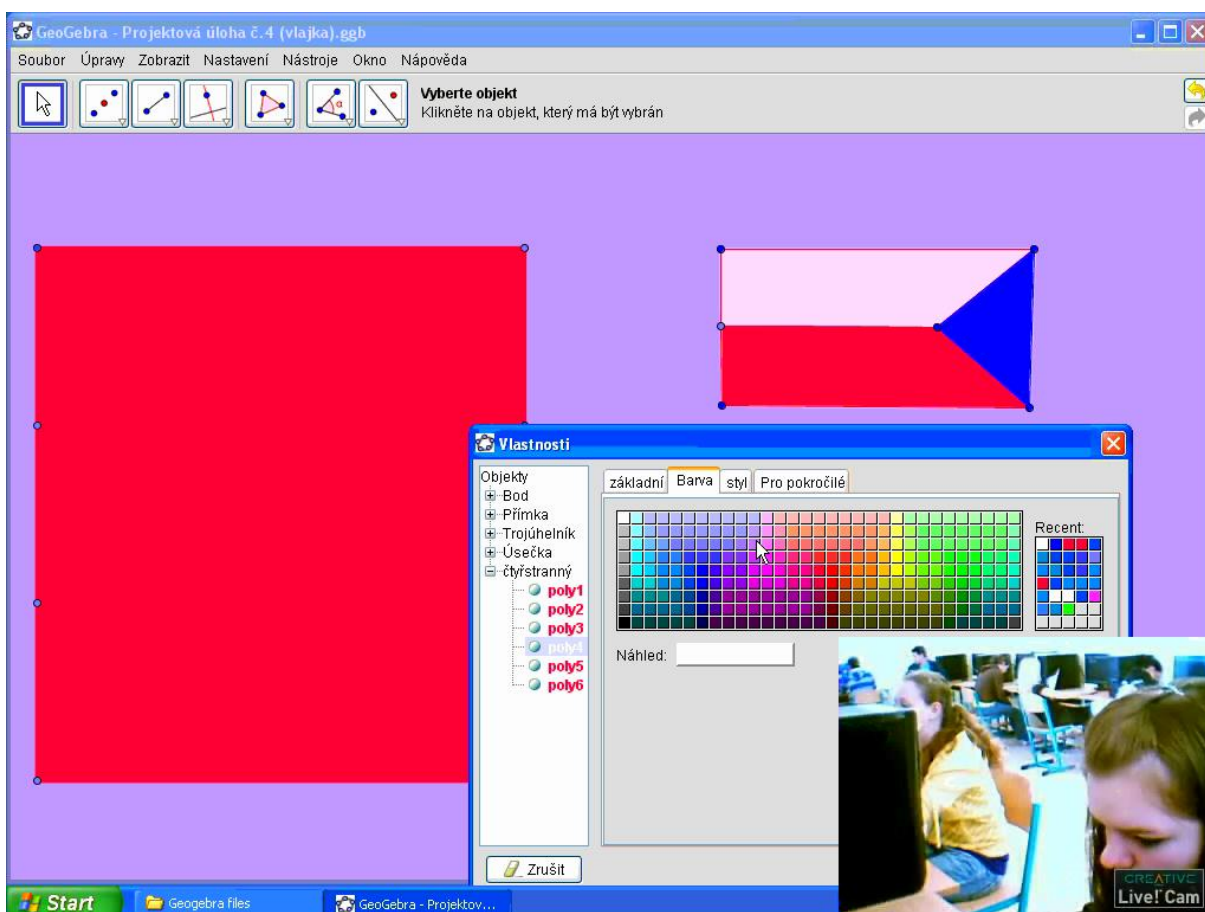
Na úloze 6 – kružnice opsaná – začíná pracovat v čase 41:34.

Pravděpodobně nepochopila zadání, tak alespoň zkouší vytvářet kružnici, o které je v úloze zmínka. *Možná by stálo za to, u každé úlohy zdůraznit, se kterými objekty je možné pohybovat, a poukázat tak na výhodu dynamické geometrie. Objekty jsou na pracovní ploše barevně odlišeny, ale ne každého napadne s nimi pohybovat.*

43:28 – Ačkoliv Lucie nepracuje podle požadovaného schématu úlohy, je velice zajímavé, že se snaží vytvořit kružnici danou bodem a poloměrem, a když poloměr, ať už by podle ní měl být jakýkoliv, nezná, snaží se ho najít pomocí nástroje, který již dříve předtím používala. Měl jsem k tomuto nástroji připsat, že pokud se do dialogového okna zadává desetinné číslo, namísto desetinné čárky se píše tečka.

44:53 – Vysvětlil jsem jí, co by měla udělat, ale hodina se již bohužel chýlí ke konci, takže toho již mnoho nestihne.

45:44 – Hodina končí.



Obrázek 33

4.3.2.4 Další zajímavé momenty z výukového experimentu

Již na začátku hodiny vypadala třída mírně apaticky. Při úvodním vyprávění příběhu žáci působili, jako by ani neposlouchali. Na to jsem je upozornil, čímž jsem je probral. Možným způsobem, jak tomuto stavu předejít, vidím v otočení všech žáků čelem k vyučujícímu, aby měli vzájemný oční kontakt. Počítače přeci jen odvádějí jejich pozornost. Do jisté míry byl určitě výraz v jejich tvářích způsoben také faktem, že mé hodiny byly první dvě po jarních prázdninách a pro žáky navíc velice netradiční a nové. Postupem času se ale třída úlohami nadchla a pracovala tak, jak měla.

S tažením jednotlivých objektů neměl nikdo ze žáků sebemenší problém. Výsledný obrázek první úlohy složil každý z nich, a tím proběhl proces seznamování se s programem úspěšně.

Program měl být sice nastaven v češtině, avšak z nějakého důvodu se žákům ze začátku všechny nástroje zobrazovaly v angličtině. Tato změna původně nebyla v plánu, ale když už nastala, mohl jsem pozorovat, jaký problém mají žáci s angličtinou. V programu se vůbec neorientovali a nemohli tedy pokračovat v práci. Tato skutečnost potvrzuje, jak je v našich školách české prostředí programu nepostradatelné. Zároveň je také velice snadné jazyk změnit, což následně všichni žáci učinili.

Při druhé úloze jsem si ze strany žáků všiml nepochopení úlohy. Většina z nich bezradně koukala do počítače. Tuto situaci jsem tak trochu při přechodu z prostého tažení objektu po pracovní ploše k tvořivému používání více nástrojů očekával. Proto jsem žákům konstrukci názorně předvedl za pomoci programu, který na jejich obrazovkách zobrazoval to, co dělám na pracovní ploše já. Po této názorné ukázce si již s úlohou všichni bez větších problémů poradili.

V průběhu práce s druhou úlohou nastal zásadní problém, který může přijít, pracuje-li se s obrázky. Točí-li totiž uživatel kolečkem na myši, mění se celé nastavení úlohy, respektive měřítko pracovní plochy. Program touto funkcí ve většině případů umožňuje zjednodušení, avšak při práci s obrázky mění měřítko jen u geometrických objektů, které byly uživatelem zkonstruovány, nikoliv samotných podkladových obrázků. To pak zapříčiní, že se zadání neztotožňuje se vstupními objekty na pracovní ploše. Žáky jsem na tuto skutečnost upozornil, abych tak

předešel dalším problémům. I tak ale někteří čas od času kolečkem myši otočili a já pak musel problém napravit.

Ve všech úlohách bylo výhodné, aby žáci využívali předností dynamické geometrie a pohybovali jednotlivými objekty. Žáci se o to sice pokoušeli, ale mnohdy zapomínali přepínat na nástroj ukazovátko, takže vybrání a následný pohyb objektu byl nemožný.

Další problém, který mělo více žáků, byl v tom, že se snažili vytvářet n -úhelník pomocí táhnutí myši za současného držení jejího levého tlačítka. Ve chvíli, kdy pochopili, že stačí postupně klikat pro tvorbu bodů, mohli vidět paralelu také u ostatních nástrojů, které se v tomto směru používají naprosto stejně. Tedy pro vytvoření bodu stačí kliknutí.

Do druhé hodiny přišli nečekaně dva noví žáci, kteří zpočátku mírně nabourávali hodinu. Pokusil jsem se na nich vyzkoušet, jakým způsobem budou reagovat na úlohy, ve kterých mají k dispozici všechny nástroje, a nejen ty, které jsem sám dopředu určil.³¹

Minimálně v poslední úloze posloužila konstrukce, jež byla předem připravena, velice návodně. I když třeba žáci nevěděli, jak přesně provést konstrukci matematicky, dokázali si ji odvodit z té vzorové a využili tak nástroje, které byly třeba. Jedna z dalších možností, jak zajistit lepší uchopení úlohy, je předvést žákům na úvod každé úlohy, jak nástroje pracují na projekčním plátně. Tak se bohužel ztratí čas, ve kterém by žáci mohli sami experimentovat.

Počítal jsem s tím, že na každou úlohu budou žáci potřebovat okolo 15 minut, což se u většiny z nich také potvrdilo. Tím, že dostávali jednotlivé pracovní listy po dokončení předchozí úlohy, měli možnost s některými úlohami pracovat déle a s jinými zase méně. Podle potřeby, tak jak komu daná úloha šla.

4.3.3 Hodnocení výukového experimentu

Hodnocení provedu ze čtyř pro mě nejvíce důležitých hledisek. Z hlediska míry experimentování, z hlediska schopnosti využít informace z předešlých úloh pro ty následující, z hlediska uchopení úloh z matematického pohledu a z hlediska zaujetí žáků. Všechny tyto elementy se společně spojují v celek, jenž ukazuje, do jaké míry byla hodina úspěšná.

³¹ To znamená, že se jim ostatní nástroje pletly a museli dlouze hledat, který z nich mohou využít.

Popisem hledisek začnu odzadu. Domnívám se, že pro žáky byla hodina naprosto odlišná od všeho, co doposud zažili. Jak prostředí programu, tak i typ úloh jim ukázal jiný směr, kterým se mohou hodiny matematiky ubírat. Jejich zaujetí by podle mého názoru rostlo s mírou experimentování a objevování nových nástrojů a zákonitostí, které v programu platí, k čemuž ale příliš nedocházelo. Většina žáků sice s programem neustále pracovala, ale striktně se držela pouze zadání z pracovních listů. Myslím si, že úspěch měl nakonec i příběh, do kterého byly hodiny zasazeny. Žáci se jeho četbě důsledně věnovali a jen tak ho letmo nepřelétli, což mou domněnku potvrzuje.

Matematicky na tom nebyla třída zcela nejlépe. Možná nebyli žáci schopni pochopit některé formulace, které jsem v pracovních listech použil, nicméně úlohy nebyly nijak zvlášť komplikované, spíše naopak. S přihlédnutím k faktu, že na papíru jistě v matematice podobné úlohy řešili nebo alespoň řešit měli, se na můj vkus někteří až příliš ztráceli

Otázkou je, do jaké míry se ztráceli vinou programu GeoGebra, se kterým ještě neuměli příliš pracovat. Samozřejmě, že to svůj vliv mělo, ale ve chvíli, kdy jsem jim detailně vysvětlil, jak postupovat s programem a oni dané nástroje skutečně správně používali, ovšem matematicky špatně, hrála roli spíše matematická neznalost. Jeden příklad za všechny, v úloze číslo tři, kde již žáci dokázali pracovat s přímkami, se nabízelo řešení té části s vrcholovými úhly za pomoci dvou různoběžných přímek, procházejících čtyřmi již označenými body. Do chvíle, než jsem jim tento způsob ukázal na tabuli, to ale nikoho nenapadlo.

Vybudování určitých návazností mezi úlohami se mi, myslím, podařilo. Nejvíce se tato skutečnost ukázala při úloze 5, ve které při konstrukci vlajky převážná většina žáků používala kolmice, rovnoběžky, někteří se dokonce snažili zobrazit vzorovou vlajku tak, aby z ní mohli dále vytvářet požadovanou vlajku. Zkoušeli procházet všemi nástroji a i při jejich užívání byli obratnější. Jsem si jistý, že pokud by v následující hodině pracovali s programem znovu, dokázali by využít všechny nástroje, se kterými pracovali během mých hodin.

Co se týká experimentování, tak to pro mě bylo asi největším zklamáním. Až na dva studenty nikdo v úlohách výrazněji nepoužíval nástroje, které by třeba nemusel, nezkoušel si s nimi hrát a měnit jejich polohu či vlastnosti. Téměř všichni se drželi zadání, a pokud se od něj jen mírně odklonili, okamžitě použili klávesu zpět. Doufal jsem, že žáci v tomto věku budou dělat „skopičiny“, kreslit si své vlastní

obrázky apod. To bych býval přivítal, protože by tím bylo patrné, že žáci zkouší, co program dokáže, co jim nabízí a co všechno s ním mohou vytvořit.

4.3.4 Změny po vyhodnocení výukových hodin³²

První změnu bych učinil v pořadí úloh. Na první místo, ještě předtím, než začnou žáci pracovat s pracovními listy, bych zařadil volnou **úlohu č. 7** nebo nějakou její obdobu. Úlohu, která by umožňovala práci se všemi nástroji najednou a ve které by žáci nebyli ničím vázáni. Jediným pravidlem by se pro ně stalo vyzkoušení si všech nástrojů, jednoho po druhém. To je podle mého názoru tolik důležité experimentování; činnost, při které se toho žáci mnoho naučí po svém tak, jak jim to nejvíc vyhovuje a jak tomu nejvíce rozumí. Při tomto seznamování se s programem by vůbec nehrálo roli, jestli při tomto „hraní si“ myslí na matematické využití či nikoliv.

Ostatní úlohy bych nechal ve stejném pořadí, v jakém byly v průběhu experimentálních hodin. Otázkou je, zda je dobré mít zavedení programu pouze ve dvou vyučovacích hodinách či zda jej rozšířit do tří vyučovacích hodin. Je sice pravda, že ne všichni žáci zvládli vyřešit i poslední úlohu až do konce, avšak většina byla úspěšná a ti ostatní k tomu měli velmi blízko. Další prodloužení tohoto zavádění by tedy mohlo znamenat snížení intenzity práce, což není ideální.

Jedinou změnu ve vytvořených úlohách bych provedl v detailním a svědomitém pojmenování všech objektů tak, aby pro žáky bylo co možná nejjednodušší jejich rozeznávání.

Co se týká formy výuky, rozhodně bych ji směřoval k co nejvolnější práci žáků, kde se učitel snaží pomocí drobných návodů směřovat je ke správnému cíli. Společnou projekci na plátno bych volil až v případě nejkrajnější nouze, kdy by si žáci vůbec nevěděli rady tak, jak se to stalo v hodinách u druhé úlohy. Jinak by zřejmě bylo dobré nechat žáky pracovat co nejvíce podle jejich vlastního uvážení. Při jedné z úloh by dále mohli žáci vzájemně spolupracovat. Jak jsem poznal z videonahrávky, některým z nich by to určitě pomohlo.

V případě, že chce učitel něco říci celé třídě, měl by bedlivě dbát na to, aby mu všichni věnovali pozornost, a to nejlépe otočením všech žáků od počítače směrem k němu.

³² Upravená zadání úloh a pokyny pro učitele, kteří by mé úlohy chtěli použít, jsou v příloze D.

5 Závěr

Ve své diplomové práci jsem se zaměřil na práci s freewareovým dynamickým softwarem GeoGebra, jeho srovnání s typově podobnými programy a především na způsob, jak s tímto programem začít pracovat v hodinách matematiky. Shrnul jsem předpoklady využití počítačových programů ve výuce v České republice a provedl rešerši literatury s cílem postihnout, jaké možnosti má učitel, chce-li začít programy dynamické geometrie používat. Podrobněji jsem popsal dva zahraniční výzkumy.

Jádro práce tvoří kapitola 4. V ní jsem podrobně popsal svůj přístup k uvedení žáků do práce s programem GeoGebra, jehož cílem bylo, aby se při něm naučili pracovat se základními nabídkami programu motivační formou a přitom získali i nové matematické poznatky, případně aplikovali poznatky již známé. Pro tyto účely jsem zvolil netradiční typ úloh, které jsou situovány na pozadí s fotografií, což je vizuálně velmi zajímavé a ukazuje to spojení matematiky, konkrétně geometrie, s praxí. Vytvořil jsem celkem 21 originálních úloh, které jsou v práci uvedeny. Podrobněji je popsán průběh tvorby jedné z nich, který může sloužit jako inspirace pro další tvůrce, kteří by chtěli úlohy na pozadí fotografií sami vymýšlet.

Šest z vytvořených úloh jsem vybral a pomocí motivačního příběhu spojil dohromady pomocí pracovních listů. Vše jsem využil ve výukovém experimentu na jedné pražské střední škole se šestnácti žáky 1. ročníku. Průběh experimentu jsem nahrával na videokameru a zachycoval pomocí programu Camtasia, což mi umožnilo následné vyhodnocení. Domnívám se, že popis obtíží, které žáci při práci měli (např. problém s konstrukcí n -úhelníka), je přínosný pro každého, kdo chce zavést GeoGebra do své výuky, protože mu to umožní být na ně připraven a případně na ně žáky upozornit.

Výukový experiment ukázal, že úlohy i motivační příběh jsou pro tuto věkovou kategorii vhodné. Žáci pomocí nich získali motivačním způsobem základy práce s programem GeoGebra, na něž se dá navázat v hodinách matematiky. Na základě zpětné vazby od žáků jsem provedl drobné úpravy v zadání úloh. Konečná verze, která je spolu s pokyny pro učitele uvedená v příloze D, se dá využít pro 1. ročníky SŠ i 8. a 9. ročníky ZŠ u žáků, kteří ještě s programem dynamické geometrie nikdy

nepracovali. Pro další práci může učitel využít množství zdrojů volně dostupných na internetu (viz příloha A).

Bylo by jistě zajímavé sledovat, do jaké míry budou žáci schopni po mém úvodu do programu schopni v GeoGebře řešit další úlohy. To jsem však z technického hlediska provést nemohl, protože učitel žáků, kteří se zúčastnili mého experimentu, program nevyužívá. To by mohlo být součástí nějaké další práce stejně jako příprava podobných úloh založených na podkladu s fotografií a určených přímo pro určité tematické celky.

Pro mě osobně je práce s programy dynamické geometrie velice zajímavá již od chvíle, kdy jsem se setkal s programem Cabri Geometry, a tento zájem se ještě více prohloubil při práci s GeoGebrou. Ve své práci budu nadále program využívat a hledat další inspirace a zdroje.

6 Použitá literatura

6.1 Tištěná literatura

Česká školní inspekce – Úroveň ICT v základních školách v ČR;tematická zpráva, září 2009

EDWARDS, Michael Todd. Casting School Geometry in a New Light with Dynamic Geometry Software. *Micromath*. 2005, 21, s. 32–40.

FORSYTHE, Sue. Learning geometry through dynamic geometry software. *Mathematics Teaching*. 2007, 202, s. 31–35.

HLUČÍN, Jan. Motivace k využívání ICT při výuce. *Školství*. 2. Září 2009, XVII. ročník, 25, s. 10

PREINER, Judith. *Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teachers: the Case of GeoGebra*. Salzburg, 2.Dubna, 2008. 264 s. Dizertační práce. Education Faculty of Natural Sciences University of Salzburg

RHEINBERG, Falko; MAN, František; MAREŠ, Jiří. Ovlivňování učební motivace. *Pedagogika*. 2001, 51, s. 155–184

STEHLÍKOVÁ, Nad'a; KLOBOUČKOVÁ, Jaroslava. *Jak se šestáci učili pomocí programu GeoGebra. [How Grade 6 Pupils Learned with GeoGebra.] In Editoři (ed.). Sborník 4. konference Užití počítačů ve výuce matematiky. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2009. s. 198–207.*

6.2 Internetové zdroje

1) KŘÍŽOVÁ, Vendula. *Aktuálně.cz* [online]. 15.10.2008 [cit. 2010–02–30]. Aktuálně.cz. Dostupné z WWW: <http://aktualne.centrum.cz/domaci/zivot-v-cesku/clanek.phtml?id=619403>

2) SUMA [online]. 2008 [cit. 2010–02–05]. SUMA – Společnost učitelů matematiky. Dostupné z WWW: <http://www.suma.jcmf.cz>.

3) RVP [online]. 1999 [cit. 2010–02–05]. Metodický portál RVP. Dostupné z WWW: <http://www.rvp.cz>.

4) Geonext [online]. c1998 [cit. 2010–02–05]. GEONExT: Startseite. Dostupné z WWW: <<http://geonext.uni-bayreuth.de/index.php?id=1918>>.

5) Planimetrik [online]. c2005 [cit. 2010–02–05]. Instaluj.cz RSS – Nový software. Dostupné z WWW: <<http://www.instaluj.cz/planimetrik>>.

6) Dynamická Geometrie [online]. c2005 [cit. 2010–02–05]. Instaluj.cz RSS – Nový software. Dostupné z WWW: <http://www.instaluj.cz/dynamicka-geometrie>

Příloha A: Webové zdroje materiálů

Mathematical problems [online]. 2010 [cit. 2010–02–05]. *English – GeoGebraWiki*. Dostupné z WWW:

<<http://www.geogebra.org/en/wiki/index.php/Special:Whatlinkshere/English>>. Na této webové stránce se otevírá uživateli takřka bezedná studnice různých souborů pro GeoGebra, které se dají ve výuce použít.

Materiály [online]. 2010 [cit. 2010–02–05]. *Cabri Geometrie – český portál*. Dostupné z WWW:

<<http://www.pf.jcu.cz/cabri/materialy.htm>>. Asi nejlepší zdroj, který zahrnuje jak soubory pro Cabri, tak i GeoGebra.

Beispiele [online]. c1998 [cit. 2010–02–05]. *GEONExT: Beispiele online*. Dostupné z WWW:

<<http://geonext.uni-bayreuth.de/index.php?id=2283&MP=2283–2432>>. Tato webová stránka obsahuje velké množství úloh pro program Geonext.

Příloha B: Seznam úloh

- 1) Úlohy použité v hodinách – Puzzle, Výhled na závod, Mnohoúhelníky, Vlajka, Tvorba mlýna, Podpěra mostu, Volná úloha
- 2) Další typově podobné úlohy – Odraz pohoří ve vodě, Výška úpatí hor, Slunce v sedle, Počet hráčů ve čtverci, Nejlepší výhled, Skok do vody, Pití Coca-Coly, Balík slámy, Obláčky, Ohňostroj, Stavby z písku, Zvedání mostu, Penalta, Stožár
- 3) Úlohy jiných uživatelů z <http://www.geogebra.org/en/wiki> – Kočka na žebříku, Páry úhlů, Kružnice, Střed trojúhelníků, Stejnolehlost

Příloha C: Pracovní listy použité ve výukovém experimentu


1. Vídeň

Prvním místem, na které se pan Hubert podíval, byla Vídeň, v níž se mu stal průvodcem Wilhelm Schöning. Toto nejvýznamnější kulturní, politické a hospodářské centrum Rakouska jej naprosto uchvátilo. A to nejen přenádhernými památkami, které se tolik podobají Praze, ale také místní gastronomickou specialitou. Wilhelm ho zavedl do místní restaurace, kde údajně dělají největší řízky v Evropě. A skutečně. Obrovské řízky, které pan Hubert viděl (a samozřejmě také chutnal) ve Vídni, si nedokázal představit ani v těch nejhojnějších snech.

Pan Hubert byl vskutku nadšený a za služby, které mu Wilhelm poskytl, se mu chtěl náležitě odměnit. A záhy se tato možnost naskytla. Nějaký vandal jeho hostiteli rozstříhal obrázek galerie Albertina, kde se mimochodem pořádají výstavy těch nejlepších malířů všech dob, a on není schopen poskládat jej zpět do původní formy, aby jej mohl slepit. Pokuste se mu pomoci stejně, jako to udělal pan Hubert.

Zadání: Sestavte následující obrázek do jednoho celku (jako puzzle). Objekty přemístíte tažením jednotlivých bodů modré barvy.

Nástroje, které máte k dispozici (daný nástroj vyberete kliknutím na příslušný obrázek panelu nástroje):

 *Ukazovátko – nejzákladnější nástroj GeoGebry. S jeho pomocí lze táhnout jednotlivými objekty. Je to stejné, jako byste chtěli na ploše operačního systému Windows přemístit libovolný adresář.*










2. Budapešť

Z Vídně se pan Hubert přesunul přímou cestou do Budapešti, kde na něj již netrpělivě čekal Vavrosz Lubekö. Tento až fanatický fanoušek techniky mu ukázal ta nejkrásnější místa, která se v hlavním městě Maďarska nachází. Především však místní lázeňská zařízení si pan Hubert nemohl vynachválit. Termální prameny byly učiněnou slastí na jeho nemocné klouby.

Na oplátku za své služby žádal Vavrosz po panu Hubertovi jedno. V Budapešti se každoročně koná závod akrobatických letadel Red Bull Air Race, na kterých samozřejmě Vavrosz nemůže chybět. Již léta si ale láme hlavu, z jakého místa by se mu závod nejlépe sledovalo. Zkuste také přijít na problém, který pan Hubert vyřešil během pár minut.

Zadání: Nalezněte vzdálenost jednotlivých bodů (diváckých míst) od přímky, která zobrazuje dráhu letu letadla. Jinými slovy, najděte na přímce bod, který je nejbližší k danému diváckému místu. Nevíte-li jak přesně začít, můžete tažením fialového bodu zjistit, jak se mění jeho vzdálenost od jednoho z diváckých míst.

Nástroje, které máte k dispozici:

-  Ukazovátko (viz dříve)  Nový bod – vznikne kliknutím kdekoli na pracovní ploše
-  Průsečíky dvou objektů – kliknutím na daný průsečík vytvoříte bod, který jej znázorňuje.
-  Přímka dvěma body – vznikne označením dvou bodů, jimiž má procházet.
-  Úsečka – vznikne označením dvou bodů.
-  Rovnoběžka – označením bodu a přímky získáte přímku procházející daným bodem, rovnoběžnou s danou přímkou.
-  Kolmice – označením bodu a přímky získáte přímku procházející daným bodem, kolmou k dané přímce.
-  Vzdálenost – označením následujících objektů zjistíme vzdálenost dvou bodů, bodu od přímky, délku úsečky či kružnice.
-  Úhel – zobrazí velikost úhlu daného třemi body (zadávejte tyto body po směru hodinových ručiček)

3. Paříž

Z východní části Evropy se pan Hubert letecky přesunul na její opačný kout, do města lásky, tedy do Paříže. Průvodkyní mu zde byla místní učitelka Suzane Richetová. A lepší průvodkyni si skutečně nemohl přát. Kromě hlavních turistických lákadel mu v klikatých uličkách ukázala typické malé pařížské restaurace, s tím nejlepším vínem, za velmi příjemnou cenu, o kterých se běžný turista nikdy nedozví.

V tomto městě nečekal pana Huberta žádný velký problém. Spíše s madam Richetovou jen tak diskutoval o tom, co své studenty učí. A protože byla Suzane učitelkou matematiky, přirovnávala mu jednotlivé úlohy k tomu, co se jim tyčilo nad hlavami. Podívejme se, co to bylo.

Zadání: Umístěte bod U do takové polohy, kdy budou vrcholové úhly k němu příslušné shodné. Nejprve tak můžete učinit experimentem, následně se tuto polohu pokuste najít matematickou konstrukcí tak, aby bylo možné kdykoliv bod U do tohoto místa přemístit.

Dále zkonstruujte jeden konvexní čtyřúhelník a jeden konvexní pětiúhelník tak, aby jejich vrcholy ležely jak na fialových (pohyblivých), tak i žlutých (nepohyblivých) bodech (fialové body můžete přemístit do libovolného místa).

Nástroje, které máte k dispozici:

ukazovátka, nový bod, průsečík dvou objektů, přímka dvěma body, úsečka dvěma body, úhel – viz dříve



Mnohoúhelník – postupným označováním n bodů, alespoň tří, získáte až n úhelník. Jako poslední označíte bod, se kterým jste začínali.

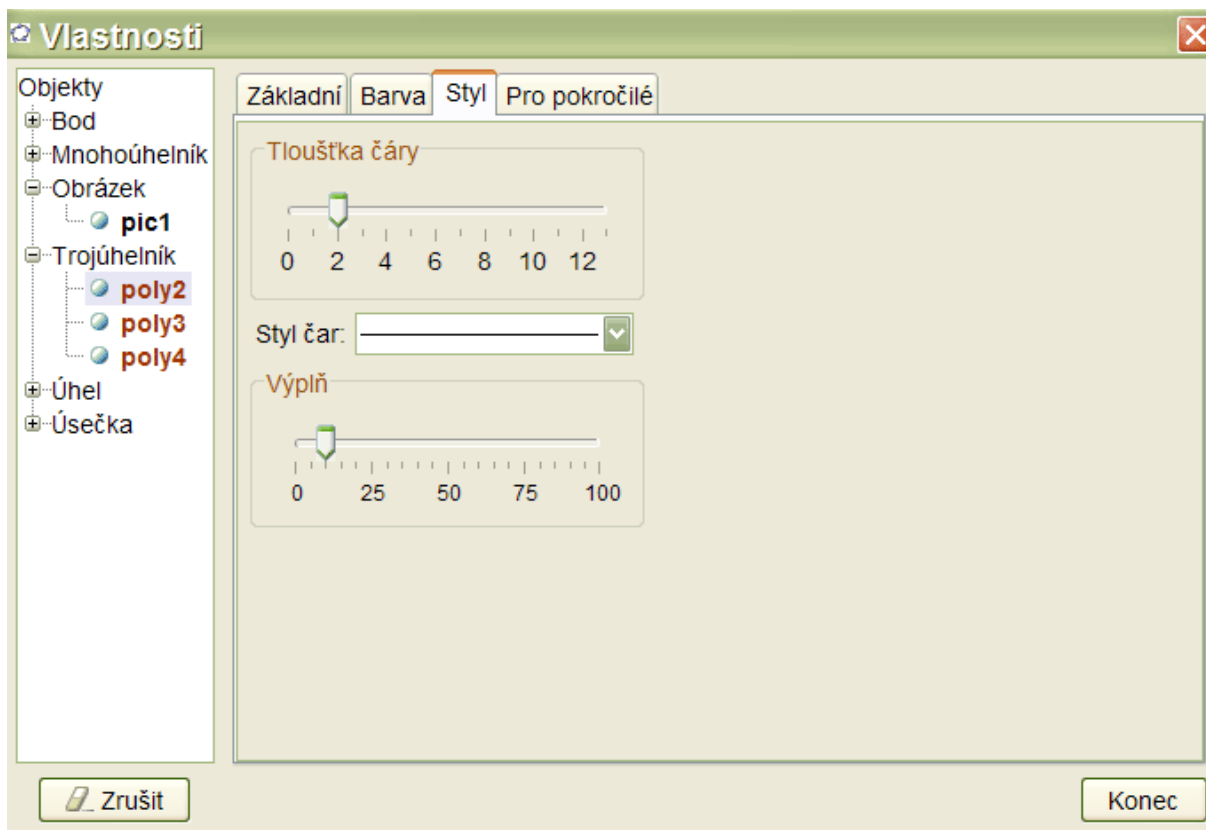
4. Berlín

Další kroky pana Huberta směřovaly do Nizozemska. Jeho cesta se sice mírně zkomplikovala, když kvůli stávce francouzských dopravců musel cestovat přes Německo, ale pan Hubert si dokázal dlouhou chvíli zkrátit. Jak tak jel ve vlaku, všude kolem sebe viděl míhající se německé vlajky. Zastesklo se mu najednou po té naší, české. Zkuste ji vytvořit tak, jak se to povedlo panu Hubertovi.

Zadání: Vytvořte pomocí dostupných nástrojů českou vlajku. Barvu, styl či výplň jednotlivých objektů můžete měnit pomocí dialogového okna *vlastnosti*. Toto okno zobrazíte, pokud na daný objekt kliknete pravým tlačítkem na myši a vyberete možnost *vlastnosti*. Důležité jsou pro vás pouze záložky „základní, barva, styl“. Výplň je možné měnit pouze u n-úhelníků či kružnic. Každý z objektů můžete také skrýt. V dialogovém okně pouze odzaškrtnete pole skrýt objekt.

Nástroje, které máte k dispozici:

ukazovátko, nový bod, průsečík dvou objektů, přímka dvěma body, úsečka dvěma body, kolmice, rovnoběžka, mnohoúhelník, úhel, vzdálenost (vše viz dříve)



5. Amsterdam


Konečně dlouhá cesta skončila a pana Huberta už na nádraží v Amsterdamu mohl vítat Klaus Jan Staal. Historik ze zdejší univerzity jej nejprve ve svém domově pohostil tradičním holandským sýrem a následně oba vyrazili, jak jinak, do centra velkoměsta. Tento výlet se stal dalším z řady netradičních výletů. Na malé lodičce proplouvali sítí kanálů, která protkává celé město jako pavučina. Z lodi je prohlídka zcela odlišná a pan Hubert si ji nemohl vynachválit!


Na úplný závěr zavezl Klaus pana Huberta na kraj města, kde se nachází polorozpadlý větrný mlýn. Kdysi chloubou této části města byla tou dobou pro ostudu, a proto ho chtěl Jan zrekonstruovat. Chybělo mu k tomu jediné. Potřeboval vytvořit návrh, který by mohl následně použít pro výstavbu mlýna. Pokuste se tento mlýn také zrekonstruovat.


Zadání: Pomocí nástrojů pro zobrazení (osová souměrnost, středová souměrnost, otočení) sestavte celé mlýnské kolo. Následně vytvořte pomocí osy a ještě jeden, stejný, větrný mlýn.


Nástroje, které máte k dispozici:


ukazovátko, nový bod, průsečík dvou objektů, přímka dvěma body, úsečka dvěma body, kolmice, rovnoběžka, mnohoúhelník, úhel, vzdálenost (viz dříve)

 **Středová souměrnost** – označením vzoru a následně středu souměrnosti získáte obraz označeného objektu.

 **Osová souměrnost** – označením vzoru a osy souměrnosti získáte obraz označeného objektu.

 **Otočení kolem bodu o úhel** – označením vzoru a středu otáčení se zobrazí dialogové okno, do kterého zadáte číselnou hodnotu, znamenající úhel otočení. Dávejte pozor na směr zobrazení.

 **Úsečka dané délky z bodu** – označením jednoho bodu se zobrazí dialogové okno, do kterého zadáte číselnou hodnotu, pomocí které již program sám vytvoří druhý bod v dané vzdálenosti.

 **Pravidelný mnohoúhelník** – označením dvou bodů se zobrazí dialogové okno, do kterého zadáte číselnou hodnotu, znamenající počet vrcholů vámi požadovaného pravidelného mnohoúhelníka.

6. Stockholm

Svou práci v Nizozemí pan Hubert úspěšně dokončil a poslední štací na jeho cestě se mu stal Stockholm. Hned po Kodani nejkrásnější město Severní Evropy. Co pana Huberta upoutalo na první pohled, byla naprostá čistota. A to prosím všude. S tím souvisí i životní styl zdejších, kteří jezdí vesměs všude na kole. Jedno takové si mohl vyzkoušet také pan Hubert, když mu jej půjčil Jaak Temula. Jeho další průvodce, původem Fin, který už ale dlouhou dobu žije v hlavním městě Švédska.

Moderní části města, kontrastující s historickými budovami působily na pana Huberta jako z pohádky. Až se kolikrát zapomněl koukat, kudy se zrovna řítí na svém kole.

Nu a Stockholm v noci, to je něco, co se podobá ráji. Jaako to dobře věděl a rád by takový ráj vytvořil také v jeho rodné vlasti, v Helsinkách. Jako první cíl si vytknul přestavět místní skvost, most, který se tyčí nad jedním z mnoha říčních kanálů. Jaako byl s plánem pro přestavbu takřka hotov, jediné, co mu zbývá je určení poloměru jeho mostní oblouk. U jednoho se mu to již povedlo, ale u toho druhého nedokáže přijít na způsob, jak to zjistit. Ano, pan Hubert to zjistil. Co vy?

Zadání: Najděte kružnici, která opíše druhý mostní oblouk. Zjistěte a vyznačte střed této kružnice a následně také její poloměr. Pomoci by vám mohla konstrukce vytvořena u prvního oblouku.

Nástroje, které máte k dispozici:

ukazovátko, nový bod, průsečík dvou objektů, přímka dvěma body, úsečka dvěma body, kolmice, rovnoběžka, úhel, vzdálenost.



Kružnice daná středem a bodem – označením dvou bodů získáme kružnici se středem v prvně označeném bodě a poloměrem rovným vzdálenosti těchto dvou bodů.



Kružnice daná středem a poloměrem – označením bodu se objeví dialogové okno, do kterého zadáme číselnou hodnotu znamenající poloměr námi požadované kružnice.



Kružnice daná třemi body – označením tří bodů se těmito třem bodům opíše kružnice.



Osa úsečky – označením úsečky vznikne její osa.



Osa úhlu – označením dvou přímek vzniknou osy všech čtyř úhlů, které tyto přímky svírají. Chceme-li získat osu jednoho úhlu, můžeme postupně označit tři body, z nichž ten druhý bude vrcholem úhlu.

Příloha D: CD s úlohami a komentářem pro učitele

Pokyny pro učitele

Před začátkem hodiny raději ještě jednou pečlivě zkontrolujte, že je v programu nastaven český jazyk.

Pokud budete chtít něco sdělit celé třídě, dbejte na to, aby se k Vám všichni otočili. Ti, co by při Vašem případném vysvětlování koukali do počítače, toho asi příliš nepochytí.

Upozorněte žáky, že pokud budou točit kolečkem myši, změni tím nastavení úlohy, což je nežádoucí. V případě, že se to někomu z nich podaří, stačí ať tuto změnu vrátit pomocí klávesy zpět.

Změny v pracovních listech a úlohách oproti výukovému experimentu

- 1) Všechny obrázky jsou popsány tak, aby bylo zřejmé, který z nich je který
- 2) Všechny mnohoúhelníky v úloze 5 jsou popsány tak, aby bylo zřejmé, kolik mají stran.
- 3) V úlohách je přesně uvedeno, kterým bodem se dá pohybovat
- 4) V pracovním listu je blíže specifikováno označování objektů a tvorba n -úhelníku.